

# FISICA B

1

## Forze elettriche e campi elettrici

La carica di un oggetto per induzione non richiede alcun contatto con l'oggetto inducente la carica.

2 cariche si possono attrarre o respingere, a seconda del segno.

Il modulo della forza elettrostatica fra 2 cariche separate da una distanza  $r$  è

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{dove } K = 8,99 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \quad K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$$

tal forza è calcolata con la legge di Coulomb, che è valida solo per cariche puntiformi o particelle. Quando sono presenti più di 2 cariche, la forza tra ogni coppia di cariche è data dall'equazione precedente e la forza risultante su ciascuna di esse è uguale alla somma vettoriale delle forze dovute alle singole cariche.

Campo elettrico: forza elettrica agente su una carica di prova positiva posta in quel punto diviso il valore assoluto della carica di prova  $q_0$ .

$$E = \frac{F}{q_0} = K \frac{q}{r^2} \quad \text{Il campo elettrico totale dovuto a un insieme di cariche è uguale alla somma vettoriale dei campi elettrici di tutte le cariche.}$$

Carica per unità di volume ( $\rho$ ): quando una carica  $Q$  è uniformemente distribuita  $\rho = \frac{Q}{V}$  con un volume  $V$ .

Densità superficiale di carica ( $\sigma$ ): quando una carica  $Q$  è uniformemente distribuita  $\sigma = \frac{Q}{A}$  su un'area  $A$ .

Densità lineare di carica ( $\lambda$ ): quando una carica  $Q$  è uniformemente distribuita  $\lambda = \frac{Q}{l}$  lungo una linea di lunghezza  $l$ .

Il flusso elettrico è una grandezza proporzionale al numero di linee di forza del campo elettrico che attraversano una data superficie. Quando la superficie attraversata è chiusa, allora la quantità di carica totale racchiusa è non nulla.

Il numero di linee che attraversano la superficie di area  $A$  risulta essere  $\Phi_E = E \cdot A$ .

$\Phi_E = \text{FLUSSO ELETTRICO} = [(\text{N} \cdot \text{m}^2)/\text{C}]$ . Se la superficie considerata non è perpendicolare al campo  $\Phi_E = E \cdot A \cdot \cos\theta$ . Il flusso risulta essere uguale a 0 quando la superficie è parallela al campo.

T. di Gauss: questo teorema mette in relazione il flusso elettrico totale attraverso una superficie e la carica contenuta all'interno di questa superficie.  $\Phi_E = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$

$$\Phi_E = E \oint dA \quad \text{per una superficie gaussiana sferica } \oint dA = 4\pi r^2 \quad (\text{area della sfera})$$

$$\Phi_E = 4\pi K q \Rightarrow \Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Il fatto che il flusso sia indipendente dal raggio, è una conseguenza della dipendenza dall'inverso del quadrato della distanza, ma l'area della sfera varia come  $r^2$  e il loro effetto combinato produce un flusso che è indipendente da  $r$ .

Ne consegue che il flusso totale che attraversa una qualunque superficie chiusa che circonda una carica puntiforme  $q$  è dato da  $q/\epsilon_0$  e il numero di linee di forza che entrano è uguale al numero di linee di forza che escono dalla superficie.

Il flusso elettrico totale che attraversa una superficie chiusa che non circonda alcuna carica è nulla.

Il campo elettrico  $E$  che appare nel teorema di Gauss rappresenta il campo elettrico totale, che include contributi da cariche sia interne che esterne alla superficie Gaussiana.

Il teorema di Gauss può essere usato per calcolare il campo elettrico generato da distribuzioni di carica che presentano una simmetria sferica, cilindrica o piana.

STRATEGIA PER LA RISOLUZIONE PROBLEMI CON GAUSS

- ① Occorre scegliere una superficie Gaussiana che abbia la stessa simmetria della distribuzione di carica.
- ② Si calcola la quantità di carica elettrica contenuta alla superficie Gaussiana.
- ③ Infine si calcola il flusso.

Un conduttore quando non esiste un momento risultante di cariche in nessuna direzione il conduttore è in equilibrio elettrostatico e possiede le seguenti proprietà:

- 1) il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo ovunque;
- 2) un qualunque eccesso di carica su un conduttore isolato deve risiedere uniformemente sulla sua superficie esterna.
- 3) Il campo elettrico appena al di fuori di un conduttore carico è perpendicolare alla superficie del conduttore e si ha intensità  $\sigma/\epsilon_0$  dove  $\sigma$  è la densità superficiale di carica in quel punto.
- 4) Su un conduttore di forma irregolare, la carica tende ad accumularsi in punti in cui la curvatura della superficie è maggiore, cioè sulle punte.

Quando una particella di carica  $q$  è posta in un campo elettrico  $E$ , la forza elettrica che agisce sulla carica è  $qE$ , ne consegue che scivola  $F = qE = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{qE}{m}$

$$V = V_0 + at = V_0 + \frac{qE}{m} t \quad x = x_0 + V_0 t + \frac{1}{2} at^2 = x_0 + V_0 t + \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2$$

Un campo elettrico uniforme è statico e conservativo.

Considerando un campo elettrico uniforme diretto lungo l'asse  $z$  negativo si può calcolare la differenza di potenziale fra 2 punti A e B separati da una distanza  $d$ , misurata parallelamente alle linee di forza del campo.

$$\Delta V = -E \cdot d = V_B - V_A$$

Supponendo ora che una carica di prova si muova da A a B, la variazione di energia potenziale elettrica sarà  $\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 E d$

Il potenziale elettrico dovuto a una carica puntiforme in un punto a distanza  $r$  dalla carica è dato da  $V = K \frac{q}{r}$ , da ciò si nota che  $V$  è costante su una superficie sferica di raggio  $r$ .

Se consideriamo ora l'energia potenziale di interazione di un sistema di particelle cariche, notiamo che se  $V_1$  è il potenziale elettrico dovuto alla carica  $q_1$  in un punto P, il lavoro necessario per portare una seconda carica  $q_2$ , dall'infinito a P è dato da  $q_2 V_1$ . Questo lavoro è uguale all'energia potenziale del sistema delle 2 particelle separate da una distanza  $r_{12} \Rightarrow$  l'energia potenziale sarà

$$U = q_2 V_1 = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

Ogni punto sulla superficie di un conduttore carico in equilibrio elettrostatico si trova allo stesso potenziale. Quando la carica si trova su un conduttore sferico, la densità superficiale di carica è uniforme, però se il conduttore non è sferico la densità superficiale di carica è maggiore dove il raggio di curvatura è minore e la superficie convessa e viceversa.

Poiché il campo elettrico appena al di fuori di un conduttore carico è proporzionale alla densità superficiale di carica  $\sigma$ , la densità del campo elettrico è grande nei punti che hanno un raggio di curvatura piccolo e convesso e raggiunge valori molto elevati sulle punte.

Il campo elettrico all'interno della cavità di un condensatore di forma arbitraria deve essere nullo.

La capacità di un condensatore è definita come il rapporto tra il valore assoluto della carica su uno dei conduttori e il valore assoluto della differenza di potenziale fra essi.

$$C = \frac{|Q|}{|\Delta V|} \quad 1 \text{ Farad} = 1 \text{ F} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}}$$

La capacità dipende dalle caratteristiche geometriche dei conduttori.

CONDENSATORE PIANO è costituito da 2 piastre della stessa area A separate da una distanza d. Le cariche sono +Q e -Q. La carica per unità di superficie su ciascuna delle armature è un valore assoluto  $\sigma = \frac{Q}{A}$ , il campo elettrico tra le piastre è dato da:  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$

La differenza di potenziale tra le piastre è  $\Delta V = E \cdot d = \frac{Q \cdot d}{\epsilon_0 A}$ , sostituendo nella def.

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

La capacità di un condensatore piano è proporzionale all'area dell'armatura e inversamente proporzionale alla loro distanza.

Collegamento di condensatori in parallelo: nel momento in cui si effettua il collegamento, degli elettroni si trasferiscono dalle armature di sinistra a quelle di destra lasciando le prime cariche positivamente e le seconde cariche negativamente. Il flusso delle cariche si arresta quando la differenza di potenziale dei condensatori è uguale a quella esistente ai capi della batteria. In questa situazione i condensatori raggiungono la carica massima  $\Rightarrow$  la carica massima raggiunta dal condensatore sarà  $Q = Q_1 + Q_2 + \dots$ . Se tali condensatori fossero da sostituire con uno che abbia la stessa capacità, si avrebbe che  $C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots$

Collegamento di condensatori in serie: il valore assoluto della carica deve essere lo stesso su tutte le armature. La sua capacità risulta essere:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

Se le armature di un condensatore carico vengono collegate con un conduttore, la carica si trasferisce ad un'armatura all'altra finché ambedue sono cariche.

Il lavoro necessario per caricare il condensatore è dato da:

$$W = \frac{Q \Delta V}{2} = \frac{Q^2}{2C} \quad \text{Il lavoro eseguito per caricare il condensatore può essere considerato come energia potenziale immagazzinata in esso}$$

$$\Rightarrow \text{utilizzando } Q = C \Delta V \text{ avremo } U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2, \text{ questo}$$

risultato è applicabile a qualsiasi condensatore, indipendentemente dalla sua geometria.

In un condensatore piano l'energia per unità di volume è detta densità di energia ed è

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Quando si introduce un materiale dielettrico tra le armature di un condensatore, la capacità aumenta. Se il dielettrico riempie completamente lo spazio tra le 2 armature, la capacità aumenta di un fattore adimensionale K che prende il nome di costante dielettrica relativa.

Si definisce corrente la quantità di carica che attraversa la superficie per unità di tempo  $\Rightarrow I = \frac{Q}{t}$

La corrente si misura in Ampere

Secondo i portatori di carica  $\Delta Q = (n A v_d \Delta t) q \Rightarrow I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = n q v_d A$

Si definisce densità di corrente,  $J$ , nel conduttore la corrente per unità di area

$$J = \frac{I}{A} = n q v_d$$

Poiché la velocità di deriva è proporzionale al campo elettrico nel conduttore, concludiamo che la densità di corrente è proporzionale al campo elettrico.

La resistenza è il rapporto fra la tensione ai capi del conduttore e la corrente che lo attraversa

$$R = \frac{\Delta V}{I} \quad \text{essa si misura in } \Omega \text{ (Ohm)}$$

La legge di Ohm dice che la resistenza è costante su un grande intervallo di tensioni applicate. Tale legge non è una legge fondamentale della natura, ma una relazione empirica valida soltanto per certi materiali.

Un resistore è un elemento circuitale che fornisce una specifica resistenza in un circuito elettrico. La resistenza di un filo conduttore omico è:  $R = \rho \frac{l}{A}$  dove  $\rho$  è una costante di proporzionalità detta resistività.

L'inverso della resistività è detta conduttività,  $\sigma \Rightarrow R = \frac{l}{\sigma A}$

Su un intervallo di temperatura la resistività di un conduttore varia in maniera approssimativamente lineare con la temperatura secondo la legge:  $\rho = \rho_0 [1 + \alpha(\Delta T)]$  dove  $\alpha$  è il coefficiente termico della resistività.

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\Delta \rho}{\rho_0 \Delta T}$$

Poiché la resistenza di un conduttore è proporzionale alla resistività, la variazione della resistenza con la temperatura risulta essere  $R = R_0 [1 + \alpha(\Delta T)]$  e  $T = T_0 + \frac{R - R_0}{\alpha R_0}$

Quando una particella carica libera di massa  $m$  e carica  $q$  è soggetta a un campo elettrico,  $E$ , subisce una forza  $qE$ . Poiché  $F = m \cdot a$ , risulta che l'accelerazione della particella è data da  $a = \frac{qE}{m}$ . Questa accelerazione che si verifica nel breve intervallo di tempo tra 2 urti, consente all'elettrone di acquistare una piccola velocità di deriva. La velocità dell'elettrone al tempo  $t$  sarà  $v = v_0 + at = v_0 + \frac{qE}{m} \cdot t$  se  $v_0 = 0$

$$\Rightarrow \frac{qE}{m} \cdot t = \frac{qE}{m} \cdot \tau \quad \text{dove } \tau \text{ è il tempo medio tra gli urti} \Rightarrow \frac{qE}{m} \cdot \tau = v_d$$

Il modulo della densità di corrente sarà:  $J = \frac{n q^2 E}{m} \cdot \tau$  confrontandola con

$$J = \sigma E \quad \text{Stiamo} \quad \sigma = \frac{n q^2 \tau}{m}$$

Se consideriamo un semplice circuito consistente in una batteria i cui terminali sono collegati a un resistore  $R$ , quando la carica si muove da  $a$  a  $b$  attraverso la batteria, la sua energia potenziale aumenta di  $\Delta Q \Delta V$ , mentre l'energia chimica della batteria diminuisce della stessa quantità. Quando la carica si muove da  $c$  a  $d$  attraverso un resistore, perde questa energia a causa delle collisioni con gli atomi del resistore, e con ciò produce energia termica. Quando la carica torna nel punto  $a$ , dove avere la stessa energia potenziale che aveva alla partenza.

La perdita di energia per unità di tempo della carica  $\Delta Q$  nell'attraversare il resistore è data da  $\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot \Delta V = I \Delta V$ .

Poiché la perdita di energia per unità di tempo della carica è uguale alla potenza dissipata nel resistore si avrà che  $P = I \Delta V$  essendo per un resistore  $\Delta V = I \cdot R$  possiamo esprimere la potenza dissipata come  $P = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$

È possibile mantenere una corrente costante in un circuito chiuso utilizzando un generatore di forza elettromotrice. Una sorgente di f.e.m. è costituita da un qualunque dispositivo che aumenta l'energia potenziale delle cariche che circolano in un circuito.

La f.e.m.  $\mathcal{E}$ , esprime il lavoro svolto per unità di carica e quindi si misura in Volt

La differenza di potenziale ai capi della batteria sarà  $\Delta V = V_1 - V_2$  che è data da  $\Delta V = \mathcal{E} - IR$  da qui si deduce che la differenza di potenziale è equivalente a  $\mathcal{E}$ , cioè alla d.d.p. ai capi della batteria quando la corrente è zero, quindi si ottiene che  $\mathcal{E} = IR$  che risulta rispetto alla corrente risulta  $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$

La potenza totale fornita dalla sorgente di f.e.m.  $I\mathcal{E}$ , viene trasformata in potenza dissipata per effetto Joule nella resistenza di carico  $I^2 R$

Quando 2 o più resistenze sono collegate insieme in modo che abbiano un solo estremo in comune per ogni coppia, si dice che sono collegate in serie. La corrente che passa nelle resistenze è la stessa. La resistenza equivalente è uguale alla somma delle singole resistenze.

Nelle resistenze in parallelo la d.d.p. ai capi di ciascuna resistenza è la stessa e la corrente in ciascuna resistenza è generalmente diversa. La carica tenderà a fluire nel percorso a minor resistenza. Poiché la caduta di potenziale ai capi di ogni resistenza deve essere la stessa, la legge di Ohm consente di scrivere  $I = \frac{\Delta V}{R_{eq}} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

Lo spazio da cui circonda una carica elettrica in moto è sede di un campo magnetico. Un campo magnetico circonda anche ogni materiale magnetico.

La forza magnetica risulta essere  $F = qvB$

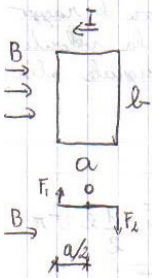
Il campo magnetico,  $B$ , viene definito in termini di una forza deflettente che agisce su una carica puntiforme in moto e si misura in Tesla

Il modulo della forza magnetica ha il valore  $F = qvB \sin \theta$

L'energia cinetica di una particella carica non può essere alterata dalle sola presenza del solo campo magnetico

Consideriamo un tratto rettilineo di filo di lunghezza  $l$  e sezione  $A$ , in cui circola una corrente  $I$ , che sia immerso in un campo magnetico esterno e uniforme  $B$ . La forza magnetica che agisce è data da  $nqvlB$ . Per trovare la forza totale agita sul filo, moltiplichiamo la forza su ogni carica per il numero di cariche contenute nel tratto di filo considerato. Poiché il volume di tale tratto è  $Al$ , il numero totale di cariche sarà  $nAl$ , dove  $n$  è il numero di cariche per unità di volume.  $\Rightarrow F = (qvlB)nAl$  rammentando che  $I = nAqv$   $\Rightarrow F = IlB$

Questa formula è valida solo nel caso di un tratto rettilineo di filo percorso da corrente immerso in un campo magnetico esterno uniforme.



Consideriamo una spira rettangolare percorsa da una corrente  $I$  immersa in un campo magnetico uniforme che giace sul piano della spira. Le forze agite sui lati di lunghezza  $a$  sono nulle poiché questi fili sono paralleli al campo. Le forze agite sui 2 lati di lunghezza  $b$  saranno modulo  $F_1 = F_2 = IlB$

Supponendo che la spira sia vincolata in modo tale da poter ruotare intorno all'asse passante per il punto  $O$ , il momento di questa coppia magnetica è,  $\mathcal{M}_{max}$

$$\mathcal{M}_{max} = F_1 \frac{a}{2} + F_2 \frac{a}{2} = IlB \frac{a}{2} + IlB \frac{a}{2} = IabB \text{ essendo } A = b \cdot a$$

$$\Rightarrow \mathcal{M}_{max} = IAB \text{ o meglio } \mathcal{M} = IAB \sin \theta$$

Il prodotto  $IA$  si dice momento magnetico della spira  $= \mu$ .  $\Rightarrow \mathcal{M} = \mu B$

L'espressione del momento della coppia è la stessa indipendentemente dalla forma della spira. Se una bobina è costituita da  $N$  spire, tutte della stessa dimensione, il momento magnetico della bobina è il momento della coppia che agisce sulla bobina, saranno  $N$  volte maggiori di quelli di una singola spira.

La legge di Biot e Savart dice che se un filo è percorso da una corrente continua  $I$  il campo magnetico nel punto  $P$  prodotto dall'elemento di corrente  $ds$  può essere espresso con la seguente formula

$$dB = K_m \frac{I ds \times \overset{\text{perpendicolare}}{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \times r}{r^2} \quad \mu_0 \text{ è la costante di permeabilità magnetica nel vuoto}$$

$$K_m = 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$

Le linee di forza del campo generalmente circondano la corrente. L'intensità di questo campo a una distanza  $r$  dal filo risulta essere  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Quando si applica la legge di Biot-Savart, è importante ricordarsi che il campo magnetico descritto con questi calcoli è il campo dovuto al conduttore percorso da corrente.

Si considerino 2 fili paralleli molto lunghi, posti a una distanza  $a$  e percorsi dalle correnti  $I_1$  e  $I_2$  nello stesso verso. Il filo 2 percorso dalla corrente  $I_2$  produce un campo magnetico  $B_2$  nei punti in cui si trova il filo 1. La direzione di  $B_2$  è perpendicolare al filo. La forza magnetica che agisce su una lunghezza  $l$  del filo 1 è  $F_1 = I_1 l B_2$ , poiché  $l$  è perpendicolare a  $B_2$ . Il campo generato dal filo 2 sarà  $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \Rightarrow F_1 = \frac{l \mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$

Quando le correnti nei 2 fili scorrono in verso opposto, le forze si invertono e i 2 fili si respingono. Si ha quindi che conduttori paralleli in cui scorrono correnti nello stesso verso si attraggono, mentre conduttori paralleli in cui scorrono correnti in verso opposto si respingono.

Il teorema di Ampere dice che  $\oint B ds = \mu_0 I$ . Tale teorema è valido solo per correnti continue ed è utile solo per calcolare il campo magnetico generato da configurazioni di corrente con alto grado di simmetria.

Un solenoide è costituito da un filo avvolto a forma di elica. Con questa configurazione è possibile generare un campo magnetico sufficientemente uniforme dentro un piccolo volume all'interno del solenoide. Le linee di campo fra le spire tendono a cancellarsi reciprocamente, per cui il campo all'esterno del solenoide non è uniforme ed è poco intenso.

Al crescere della lunghezza del solenoide, il campo magnetico interno diventa sempre più uniforme e si approssima al caso del solenoide ideale.

È possibile usare il teorema di Ampere per ricavare un'espressione del campo magnetico all'interno di un solenoide ideale. Una spira del solenoide è percorsa da una corrente  $I$ ,  $B$  è uniforme e parallelo all'asse interno del solenoide ed è nullo all'esterno  $\Rightarrow \oint B ds = B \cdot l$   
 $\Rightarrow$  utilizzando il teorema di Ampere abbiamo  $B = \frac{\mu_0 N}{l} I = \mu_0 n I$

Consideriamo un elettrone che si muove con velocità costante  $v$  in un'orbita circolare di raggio  $r$  attorno al nucleo. Poiché l'elettrone percorre una spirale  $2\pi r$  in un tempo  $T$ , la velocità angolare  $\omega = \frac{2\pi r}{T}$ . La corrente associata a questo elettrone rotante è uguale alla

$$\text{carica divisa per il tempo di rivoluzione} \Rightarrow I = \frac{e}{T} = \frac{e}{\frac{2\pi r}{v}} = \frac{e v}{2\pi r}$$

Il momento magnetico associato a questo circuito sarà  $\mu = IA = \frac{e v}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{2} e v r$

Poiché il modulo del momento angolare orbitale dell'elettrone è dato da  $L = m_e v r$ , il modulo del momento magnetico sarà

$$\mu = \left( \frac{e}{2m_e} \right) L$$

La generazione di una corrente elettrica ogni volta che vi è un moto relativo del magnete rispetto alla spira. Questi risultati portano alla generazione di una corrente senza che vi sia una batteria nel circuito. Questa corrente indotta è generata da una forza elettromotrice indotta.

Il flusso magnetico è il flusso associato a un campo magnetico e si definisce in modo analogo al flusso del campo elettrico  $\Rightarrow$  il flusso magnetico totale  $\Phi_B$ , attraverso la superficie è:

$$\Phi_B = \int B \cdot dA \quad [Wb] \quad \text{è misurato in Weber} = 1T \cdot m^2$$

Si ha una forza elettromotrice indotta in un circuito quando il flusso magnetico attraverso il circuito varia nel tempo, essa è direttamente proporzionale alla rapidità con cui varia il flusso magnetico attraverso il circuito. Questa affermazione è nota come legge di FARADAY dell'INDUZIONE e può essere scritta come:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Il significato del segno meno è una conseguenza della legge di Lenz. Se il circuito è una bobina con  $N$  spire il flusso è

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{Si supponga ora che il campo magnetico sia uniforme attraverso una spira piana di area } A$$

Il flusso concatenato con la spira è  $BA \cos \theta$  per cui la forza elettromotrice indotta è

$$\mathcal{E} = - \frac{d}{dt} (BA \cos \theta)$$

La f.e.m. dinamica è la forza elettromotrice indotta in un conduttore che si muove in un campo magnetico.

Se consideriamo un conduttore rettilineo di lunghezza  $l$  che si muove a velocità costante in un campo magnetico uniforme diretto verso il foglio, assumendo che il conduttore si muova perpendicolarmente al campo. Sull'elettroni del conduttore agirà la forza  $F_m = qv \times B$  e sotto l'azione di questa forza, gli elettroni si muoveranno verso la parte bassa del conduttore e vi si accumuleranno.

Se varrà alle 2 estremità del conduttore continueranno ad accumularsi fin tanto che la forza magnetica  $qvB$  non sarà equilibrata alla forza elettrica  $qE$ . A questo punto il flusso di carica si arresta, e la condizione di equilibrio richiede che  $E = vB$ . Poiché il campo elettrico è legato alla tensione si avrà  $\Delta V = El = vBl$ . Quindi una tensione  $\Delta V$  è presente fra gli estremi del conduttore finché esso si muove nel campo magnetico. Se si inverte la direzione del moto, anche  $\Delta V$  si inverte.

Si consideri un circuito costituito da una sbarretta conduttrice di lunghezza  $l$  che scivola su 2 guide conduttrici fisse e parallele. Supponiamo che la sbarretta sia in movimento allora resistenza nulla mentre la resistenza della parte fissa del circuito sia  $R$ . Un campo magnetico uniforme e costante  $B$  è applicato perpendicolarmente al piano del circuito. Quando la sbarretta si muove con una velocità  $v$  sotto l'azione di una forza applicata  $F$ , le cariche libere della sbarretta sono soggette alla forza magnetica diretta lungo la sbarretta.

Il flusso magnetico variabile attraverso il circuito e la corrispondente forza elettromotrice indotta ai capi della sbarretta sono dovuti alla variazione dell'area del circuito.

Essendo l'area del circuito, a un certo istante,  $lx$ , il flusso magnetico concatenato con il circuito è  $\Phi_B = Blx$

Con la legge di Faraday la forza elettromotrice indotta è  $\mathcal{E} = -Blv$  e  $I = \frac{Blv}{R}$

Considerando che  $I = \frac{Blv}{R}$  ed il fatto che  $F_{app} = I l B$ , la potenza fornita dalla forza applicata è

$$P = F v = (I l B) v = \frac{B^2 l^2 v^2}{R} = \frac{V^2}{R}$$

Il generatore di corrente alternata è un dispositivo che converte energia meccanica in energia elettrica.

Quando la spira ruota, il flusso magnetico concatenato con essa varia nel tempo e induce una f.e.m. e una corrente nel circuito esterno. Supponiamo che la spira sia in realtà una bobina costituita da  $N$  spire, tutte di area  $A$ , e supponiamo che la spira ruoti con velocità angolare costante  $\omega$ . Se  $\theta$  è l'angolo compreso fra la direzione del campo magnetico e la direzione normale al piano della spira, il flusso magnetico concatenato con la spira all'istante  $t$  è:

$$\Phi_B = BA \cos \theta = BA \cos \omega t \quad \text{La f.e.m. indotta nella bobina è: } \mathcal{E} = N A \omega \sin \omega t$$

**LEGGE DI LENZ:** La polarità della f.e.m. indotta tende a produrre una corrente che, a sua volta, crea un campo magnetico che si oppone alla variazione del flusso concatenato con il circuito. Cioè, la corrente indotta tende a mantenere attraverso il circuito il flusso iniziale.

Un flusso magnetico variabile produce un campo elettrico nel conduttore. La legge della induzione elettromagnetica mostra che un flusso magnetico variabile produce sempre un campo elettrico, persino nel vuoto.

Consideriamo una spira circolare conduttrice, di raggio  $r$ , posta in un campo magnetico uniforme, perpendicolare al piano della spira. Il lavoro necessario per far compiere a una carica di prova  $q$  un intero giro lungo la spira è  $q\mathcal{E}$ . Poiché la forza agente su  $q$  è  $qE$ , questo lavoro è dato anche dal prodotto della forza per lo spostamento, cioè  $qE(2\pi r)$ . Le 2 espressioni devono essere uguali, e quindi  $q\mathcal{E} = qE(2\pi r) \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{E}{2\pi r}$ .

Ora questo risultato ottenuto dalla legge di Faraday, si vede che il campo elettrico indotto può essere scritto così:  $\mathcal{E} = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$

Il segno meno indica ancora una volta che il campo elettrico indotto  $\vec{E}$  si oppone alla variazione di campo magnetico.

Il campo elettrico indotto  $\vec{E}$ , è un campo elettrico non conservativo, prodotto da un campo elettrico variabile.

Consideriamo un circuito indotto consistente di un interruttore, un resistore e una sorgente di f.e.m. Quando si chiude l'interruttore la corrente aumenta nel tempo, aumenta anche il flusso magnetico concatenato con il circuito, dovuto a questa corrente. Un aumento del flusso induce nel circuito una f.e.m. che si oppone alla variazione del flusso magnetico. Dalla legge di Lenz la f.e.m. indotta deve quindi avere origine a una corrente opposta a quella della corrente primaria, la presenza di questa f.e.m. opposta, porta al risultato di un graduale aumento della corrente, questo effetto è detto **AUTOINDUZIONE**. La f.e.m. che ha origine in questo caso è chiamata f.e.m. autoindotta.

La f.e.m. autoindotta è sempre proporzionale alla rapidità con cui varia la corrente nel tempo. Per una bobina costituita da  $N$  spire, molto addossate l'una all'altra, si trova che:

$$\mathcal{E}_L = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt} \quad \text{dove } L \text{ è la costante di proporzionalità, chiamata}$$

induttanza del dispositivo, che dipende dalle caratteristiche geometriche e fisiche del circuito.



Da questa espressione, vediamo che l'induttanza di una bobina avente  $N$  spire è data da: **5**

$L = \frac{N \Phi_B}{I}$ , nota l'induttanza in un qualsiasi circuito, indipendentemente dalla sua forma, grandezza o caratteristiche del materiale risulta essere:  $L = - \frac{\mathcal{E}}{dI/dt}$

L'induttanza da una misura dell'opposizione alla variazione della corrente, si misura in Henry (H).

L'induttanza di un dispositivo, dipende dalla sua geometria.

Un elemento di un circuito avente una grande induttanza è detto induttore ed il suo simbolo è  $\text{-----}$ .

Consideriamo un circuito costituito da un resistore, un induttore e una batteria - La resistenza interna della batteria la consideriamo trascurabile - Supponiamo di chiudere l'interruttore al tempo  $t=0$ , l'induttore agisce come una batteria con le polarità opposte rispetto alla batteria esterna che alimenta il circuito - Questa f.e.m. prodotta dall'induttore è data da:

$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$  Dal momento che la corrente è in aumento,  $dI/dt$  è positiva e, quindi  $\mathcal{E}_L$

è negativa, ne consegue che applicando le leggi di Kirchhoff  $\mathcal{E} - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$  dove

$IR$  è la d.d.p. ai capi della resistenza.

In questo caso l'intensità di corrente varia nel tempo nel seguente modo:  $I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-Rt/L}) = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau})$

dove  $\tau = \frac{L}{R}$

Una parte dell'energia erogata dalla batteria va in calore dissipato per effetto Joule nella resistenza, la rimanente energia viene immagazzinata nell'induttore - Se moltiplichiamo ambo i membri per  $I$  otteniamo

$I\mathcal{E} = I^2 R + LI \frac{dI}{dt}$  Se denotiamo con  $U_B$  l'energia immagazzinata in un certo

istante nell'induttore, la rapidità con cui viene immagazzinata l'energia nell'induttore può essere scritta come

$\frac{dU_B}{dt} = LI \frac{dI}{dt}$  Per trovare l'energia totale immagazzinata nell'induttore, riscriviamo

questa espressione come  $dU_B = LI dI$  ed integrandola si ottiene  $U_B = \frac{1}{2} LI^2$

Consideriamo un solenoide, la cui induttanza sia  $L = \mu_0 n^2 Al$ . Il campo magnetico di un solenoide è dato da  $B = \mu_0 n I$ . Sostituendo l'espressione di  $L$  e  $I = B/\mu_0 n$  otteniamo:

$U_B = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 Al \left( \frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} Al$  Poiché  $Al$  è il volume del solenoide,

l'energia per unità di volume immagazzinata nel campo magnetico è data da

$u_B = \frac{U_B}{Al} = \frac{B^2}{2\mu_0}$  Tale legge è valida in ogni regione dello spazio in cui

sente un campo magnetico