

Principio di induzione

☐ $\left(\begin{smallmatrix} x \\ 3 \end{smallmatrix}\right) = \left(\begin{smallmatrix} x \\ 4 \end{smallmatrix}\right)$ per

☐ $x = 7$ ☐ $x = 12$ ☐ $x = 1$ ☐ nessun x

☐ Il coefficiente del termine a^2b^3 nello sviluppo di $(a-b)^5$ è

☐ 5 ☐ 10 ☐ -10 ☐ -5

☐ Il coefficiente binomiale $\binom{n}{k}$, $0 \leq k \leq n$

☐ è sempre un numero naturale ☐ può anche non essere intero ☐ non è mai intero ☐ è irrazionale

☐ Utilizzando il principio di induzione, controllare la formula

$$\sum_{k=0}^{n-1} q^k = \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad (q \neq 1)$$

☐ Utilizzando il principio di induzione, controllare le formule

$$\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2 \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Esercizi

- 1 Quanti sono gli anagrammi della parola *MILANO*?
- 2 Sviluppare con la formula del binomio $(1+x)^n$ e $(1-x)^n$.
- 3 Calcolare quanto valgono le somme
- $$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \quad \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k}$$
- 4 Dimostrare le proprietà dei coefficienti binomiali
- $$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$
- 5 Nello sviluppo di
- $$\left(2\sqrt{x} - \frac{3}{x}\right)^7$$
- esistono i termini x^3 e \sqrt{x} ? Se sì, calcolarne i coefficienti.
- 6 Se un insieme X ha n elementi, quanti sono i suoi sottoinsiemi (contando anche l'insieme vuoto e X stesso)?

3. NUMERI REALI

Esercizi

- 1 Il polinomio $x^3 - 2$ diviso per $x^2 - 2$ dà come resto
- a $2x - 2$ b $-2x + 2$ c $-2x - 2$ d $2x + 2$
- 2 $\sqrt{8} + \sqrt{18} =$
- a $\sqrt{26}$ b 7 c $5\sqrt{2}$ d $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$
- 3 $\sqrt[3]{a^3/a} : a =$
- a $a^{-1/3}$ b a c $a^{1/3}$ d a^{-3}
- 4 $\log a - \log b =$
- a $\log t(a-b)$ b $\frac{\log a}{\log b}$ c $\log \frac{a}{b}$ d non ha senso se $b < a$
- 5 Se $\log_7(\log_3(\log_2 x)) = 0$ allora $x =$
- a 8 b 7 c 9 d nessuna delle altre risposte
- 6 Il numero di soluzioni dell'equazione $x - |2x + 1| = 3$ è
- a 0 b 1 c 2 d 3

1. Scrivere in forma esponenziale i numeri

.. 2350000000 0.0000168

2. Dati due numeri positivi a e b , la loro media aritmetica è $\frac{a+b}{2}$ mentre la loro media geometrica è \sqrt{ab} . Qual è la più grande?

3. Dimostrare che, per ogni $\varepsilon > 0$, si ha

$$2ab \leq \varepsilon a^2 + \frac{1}{\varepsilon} b^2$$

4. Risolvere le disequazioni

(a) $\frac{2x-1}{x-3} \leq \frac{x+1}{x-1}$ (b) $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x} \leq \frac{1}{x^2-x}$
 (c) $\frac{3x^2+4x+1}{x(3-x)(4-x)} \leq 0$ (d) $\frac{2}{4x^2+3} + \frac{5}{(x-1)^2} > 0$

5. Risolvere geometricamente (in termini di distanza) le disequazioni

(a) $|2x-4| < 1$ (b) $|x-2| > |x-3|$

e disegnare sulla retta reale il risultato.

6. Se $\ln x = 2 \ln a + 3 \ln b - \ln c$, allora $x = \dots$

7. Calcolare

$$\sum_{n=1}^{100} \ln \frac{n+1}{n}$$

8. Risolvere le disequazioni

(a) $\frac{x}{|x|} (1-x) < 1+x$ (b) $|3x-1| > x$
 (c) $\sqrt[3]{x^3-8} - x + 2 \geq 0$ (d) $\sqrt{x^2-16} > |x+1|$
 (e) $\frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-3} > 1$ (f) $\frac{\sqrt{x+2}}{x-4} \leq 1$

9. Risolvere le disequazioni

(a) $2^x + 3^x > 0$ (b) $\log_3(x^2-3) < 0$
 (c) $\frac{9^x}{3^{x+1}} < 81$ (d) $\log_{1/2} \frac{x}{2x+1} \geq 0$

18 Capitolo 1. Numeri

© 88-08-8961

1. L'insieme delle soluzioni della disequazione $x^3 - 2x^2 - x + 2 < 0$ è formato dagli $x \in \mathbb{R}$ tali che:

(a) $-1 < x < 1$ (b) $x < -1$ o $1 < x < 2$ (c) $x < -1$ (d) $x > 2$

2. L'insieme delle soluzioni della disequazione $\sqrt{x+2} > x$ è formato dagli $x \in \mathbb{R}$ tali che:

(a) $-1 < x < 2$ (b) $-2 \leq x < 2$ (c) $-2 \leq x < 1$ (d) $x \geq -2$

3. Per quale tra le seguenti disequazioni le soluzioni sono i numeri reali $x > 1$?

(a) $\sqrt{x+3} > -2$ (b) $\sqrt{5-x} < 2$ (c) $\sqrt{5-x} < -2$ (d) $\sqrt{x+3} > 2$

4. L'insieme delle soluzioni della disequazione $\left(\frac{2}{3}\right)^x > 1$ è formato dagli $x \in \mathbb{R}$ tali che:

(a) $x < 0$ (b) $x > 0$ (c) $x \neq 0$ (d) $x < \frac{2}{3}$

$$2x > x^2 - 1$$

$$x^2 - 2x - 1 < 0$$

$$1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$$

$$\sqrt{x+3} \leq x-3$$

$$x+3 \leq (x-3)^2$$

$$x^2 - 7x + 6 \geq 0$$

$$x \leq 1 \quad \text{o} \quad x \geq 6$$

$$2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 1$$

$$x+1+x+x-1=0$$

$$x=0$$

è equivalente a

da cui

che ha le soluzioni

La disequazione

è equivalente a

ossia

che ha soluzioni

L'equazione

dato che $1 = 2^0$ è equivalente a

la cui soluzione è

Sia $a \neq 0$. La soluzione della disequazione

$$ax + b < 0$$

è l'insieme degli x tali che

$$x < -\frac{b}{a}$$

La disequazione

$$x^2(x-2) \geq 0$$

è equivalente a

$$x \geq 2$$

La disequazione razionale fratta

$$\frac{2x}{x^2-1} > 1$$