FISICA A

Particella o punto materiale: punto matematico senza dimensioni. Ha solo un tipo di moto traslatorio;

Considero uno spostamento, cioè la variazione della posizione di un punto materiale, che avviene in un intervallo di tempo Δt. il rapporto tra lo spostamento e l'intervallo di tempo è definito come velocità media $V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Essa può essere positiva o negativa, non dipende dal percorso compiuto dal punto materiale e non dà un valore preciso della rapidità con cui la particella si muove. Cerco di considerare istanti di tempo infinitesimi (in pratica $\lim_{\Delta t \longrightarrow 0}$) e così ottengo le derivate dello spostamento e del tempo. Il loro rapporto mi dà la velocità in un particolare istante di tempo. Chiamo questo rapporto velocità istantanea $V = \frac{dx}{dt}$. Essa può essere positiva, negativa o nulla. Il modulo della velocità istantanea è chiamato rapidità.
Quando la velocità varia nel tempo, si dice che il punto è accelerato. La accelerazione media è uguale al rapporto tra la variazione di velocità e l'intervallo di tempo considerato $a_m = \frac{\Delta V}{\Delta t}$. Anche in questo caso considero istanti di tempo infinitesimi e ottengo l'accelerazione istantanea $a_i = \frac{dV}{dt}$.
Poiché $V = \frac{dx}{dt}$, l'accelerazione è anche $a = \frac{d^2x}{dt^2}$. Tempo, spazio, velocità, accelerazione sono grandezze che servono per descrivere i moti.

Cinematica

Un tipo semplice di moto uni dimensionale si ha quando l'accelerazione è costante. Se consideriamo un istante iniziale t = 0 e una velocità iniziale V_0 è possibile calcolare la velocità ad ogni istante t: $V_0 + a \cdot t$. Analogamente è possibile determinare lo spazio percorso in funzione del tempo t: $x(t) = x_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$. Infine è possibile calcolare la velocità in funzione dello spazio percorso $V^2 = V_0{}^2 + 2 \cdot a \cdot (x - x_0)$. Tutte queste formule si possono ricavare dalla definizione di velocità ed accelerazione tramite l'operazione di integrazione.
Un oggetto in caduta libera, è un qualsiasi oggetto che si muove liberamente sotto l'azione della forza di gravità che provoca un'accelerazione diretta sempre verso il basso e indicata con la lettera g (9,81 m/s^2). Trascurando l'attrito dell'aria, la caduta di un corpo è un moto con accelerazione costante. Quindi valgono le formule sopraccitate, facendo però molta attenzione ai segni.
Il moto di un punto materiale su un piano è più complesso da studiare e richiede l'uso dei vettori. Considero $\vec{r}$ come il vettore che indica la posizione del punto nel piano rispetto ad un sistema di riferimento. Applicando le definizioni è possibile ricavare i valori della velocità media e istantanea e dell'accelerazione media e istantanea, considerando Δr come differenza tra i vettori. È molto utile calcolare le componenti x e y e poi comporle per trovare il valore del modulo dei vettori.
Un particolare moto in 2 dimensioni è quello del moto parabolico. Ipotizzando trascurabile l'attrito dell'aria e la rotazione della terra, è possibile determinare alcune formule particolari per questo moto. Preso un sistema di riferimento è utile considerare le componenti x e y e calcolare le velocità e lo spazio percorso. Sull'asse x, la velocità è costante $V_x = V_0 \cdot \cos\theta$ e lo spazio percorso è $x = V_x \cdot t$; sull'asse y, la velocità è modificata dalla gravità $V_y = V_0 \cdot \sin\theta - g \cdot t$ e lo spazio percorso $y = V_y \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$.

In un punto generico, la velocità è: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$ per quanto riguarda il modulo.
Il moto parabolico è la sovrapposizione di 2 moti, uno uniforme nella direzione orizzontale e uno uniformemente accelerato nella direzione verticale. Per questo moto è utile calcolare l'altezza massima raggiunta dal corpo $h_{max} = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2\theta}{2 \cdot g}$ e la gittata $git = \frac{2 \cdot V_0^2 \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta}{g}$
Un altro moto particolare è quello circolare. Consideriamo il modulo della velocità costante: il moto si definisce circolare uniforme, ma esiste anche una accelerazione. Poiché la velocità è un vettore la variazione della direzione di velocità genera un'accelerazione diretta verso il centro della circonferenza e perpendicolare alla tangente in quel punto. Essa si chiama accelerazione centripeta e vale: $a_N = \frac{V^2}{r}$. In un moto circolare si parla di velocità angolare ω definita come il rapporto tra l'angolo di rotazione θ e il tempo impiegato per tale rotazione $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ $\quad V = \omega \cdot r$
Se il moto è uniforme, ω è costante e si ha un'accelerazione centripeta che vale $a_N = \frac{V^2}{r} = \omega^2 \cdot r$, che è un moto periodico di periodo $T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$. Se il moto è uniformemente accelerato esiste anche una componente tangenziale dell'accelerazione che è costante e dà origine ad un'accelerazione angolare $\alpha = \frac{a_t}{r}$ anch'essa è costante $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{dV}{dt} \cdot \frac{1}{r} = \frac{a_t}{r}$. Per questi moti valgono le formule generali con ω e α.
Per quanto riguarda il moto vario, preso un opportuno sistema di riferimento è utile scomporre la velocità lungo l'asse x e y, mentre l'accelerazione è scomposta nelle sue componenti, quella tangenziale e quella centripeta.

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \qquad \vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_t = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

Introducendo la notazione con i versori ottengo:

$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV}{dt} \cdot \vec{u}_t + \frac{d\vec{u}_t}{dt} \cdot V$ In questo modo si vedono le due componenti dell'accelerazione. La variazione dei versori avviene in senso circolare quindi $d\vec{u}_t = \theta \cdot \vec{u}_N$ sostituendo: $\vec{a} = \frac{dV}{dt} \cdot \vec{u}_t + \frac{d\theta}{dt} \cdot \vec{u}_N \cdot V = \frac{dV}{dt} \cdot \vec{u}_t + V^2 \cdot \frac{d\theta}{ds} \cdot \vec{u}_N = \frac{dV}{dt} \cdot \vec{u}_t + \frac{V^2}{r} \cdot \vec{u}_N$ che sono rispettivamente $\vec{a}_N$ e $\vec{a}_t$.

<u>Dinamica</u>
La prima legge di Newtoon asserisce che "Un oggetto permane nel suo stato di moto fino a quando non interviene una forza a modificarlo". Nello studio della dinamica intervengono nuove grandezze, <u>la Forza</u>, che rappresenta l'interazione tra il corpo e l'ambiente e <u>la massa</u> (inerziale) che misura l'inerzia di quel corpo. L'inerzia è la tendenza di un oggetto a permanere nel suo stato di moto.
La seconda legge di Newtoon, dice che: "L'accelerazione di un oggetto è direttamente proporzionale alla forza risultante agente su di essa, ed inversamente proporzionale alla sua massa". Dall'enunciato si ricava la formula F = m · a. Per un oggetto si definisce <u>quantità di moto</u> **p** il prodotto della massa per la sua velocità (p = m · V), la quantità di moto è una grandezza vettoriale.
$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(m \cdot V)}{dt} = m \cdot \frac{dV}{dt} = m \cdot a$ La massa si misura in Kg, l'accelerazione si misura in m/s^2 e la forza si misura in N (Newtoon) [1N = 1 (Kg · m)/s^2]
La terza legge di Newtoon mette in relazione 2 corpi che interagiscono e dice: "La forza esercitata sul corpo è uguale ed opposta alla forza esercitata dal corpo stesso". Per studiare le forze agenti su

un oggetto è utile creare un diagramma del corpo libero: in esso si fissa un sistema di riferimento e si tracciano i vettori delle forze che agiscono sull'oggetto. Alcune forze particolari sono: la forza peso, la tensione e l'attrito. La forza peso è dovuta alla gravità ed è sempre diretta verso il basso. La tensione si ha con oggetti non deformabili (aste, funi, ecc…) ed è trasmessa lungo il mezzo. L'attrito è una forza che si oppone al moto ed è dovuta al contatto, essa varia a seconda dei casi. Consideriamo un blocco su un tavolo, se tiriamo il blocco, avremo che: fino a quando il blocco rimane fermo, alla nostra forza si oppone quella di attrito statico, essa arriverà fino ad un valore massimo che è dato da: $F_S = \mu_S \cdot N$. μ_S è il coefficiente di attrito statico, N è la normale al blocco. In generale, quindi, $F_S \leq \mu_S \cdot N$. Applicando un forza superiore a F_S, il blocco si muoverà, continua però ad esistere una forza di attrito contrariala moto. Questa forza è detta di attrito dinamico, è minore di F_S e vale $F_D = \mu_D \cdot N$. μ_D è il coefficiente di attrito dinamico. μ_S e μ_D permettono di determinare gli angoli per cui un oggetto, su un piano inclinato, rimane fermo ($\tan\theta_S < \mu_S$) o si muove a velocità costante ($\tan\theta_D = \mu_D$). un altro attrito è quello viscoso, la forza che si oppone alla discesa del corpo è $F = - b \cdot V$ con b è la costante del fluido (Kg/s) $b > 0$. Un'altra forza particolare è quella esercitata dalla molla. Se allunghiamo o comprimiamo la molla essa tenderà a tornare nella sua posizione originale di equilibrio. Un corpo attaccato alla molla subirà una forza data da $F = - k \cdot x$ con k = costante elastica e x = valore dello spostamento della molla dalla posizione di equilibrio (Legge di Hooke).

Si genera un moto armonico semplice che ha equazioni:

$x(t) = A \cdot sen(\omega \cdot t + \phi)$ A = deformazione, ϕ = fase iniziale

$V(t) = A \cdot \omega \cdot cos(\omega \cdot t + \phi)$ $\omega = \text{pulsazione} = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$a(t) = A \cdot \omega^2 \cdot sen(\omega \cdot t + \phi) = -\omega^2 \cdot x$ $\omega \cdot t + \phi$ = fase

È un moto periodico, di periodo T e frequenza $V = \frac{1}{T}$ (n° di oscillazioni al secondo). Infine, altre forze si hanno nel caso del moto circolare. Su di un corpo che ruota con moto circolare, agiscono 2 forze che ne determinano le 2 accelerazioni: una è la forza tangenziale $F_t = a_t \cdot m$, l'altra è la forza centripeta $F_n = m \cdot a_n = \frac{V^2}{r} \cdot m$. La forza F_n è diretta verso il centro della circonferenza. La forza totale che agisce è data dalla somma vettoriale $F = F_n + F_t$. se il moto è circolare uniforme esisterebbe solo la forza centripeta.

L'impulso di una forza è uguale alla variazione della quantità di moto.

$I = \int_{t_0}^{t} F \cdot dt = \int_{p_0}^{p} dp$ con $t_o = 0$ e $p_o = 0$ ottengo $I = F \cdot dt = m \cdot V$ (Teorema dell'Impulso)

Lavoro ed Energia

Il lavoro eseguito da una forza è definito come il prodotto della componente della forza per lo spostamento. In un generico spostamento da A a B, il lavoro compiuto è: $W = \int_A^B F \cdot ds$ con ds spostamento infinitesimale. Il lavoro si misura in joule ($1J = (Kg \cdot m^2)/s^2$) e può essere positivo se eseguito da una forza motrice, nullo o negativo se eseguito da una forza resistente. Il lavoro può essere messo in relazione con le leggi di Newtoon:

$dW = F \cdot ds = m \cdot a \cdot ds = m \cdot \frac{dV}{dt} \cdot ds = m \cdot V \cdot dV$. Calcolando il lavoro totale, ottengo:

$$W = \int_A^B m \cdot V \cdot dV = m \cdot \int_A^B V \cdot dV = m \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot V^2\right]_A^B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_A^2$$

La quantità $\frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$ è detta energia cinetica. Il lavoro compiuto nello spostamento di un oggetto è, quindi, uguale alla variazione di energia cinetica. $W = \Delta E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_f^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_i^2$ (Teorema delle forze vive).

Se il lavoro compiuto è positivo la velocità è aumentata, se invece è negativo, la velocità è diminuita. Si definisce potenza la rapidità con cui il lavoro è eseguito. $P = \frac{dW}{dt} = F \cdot \frac{ds}{dt} = F \cdot V$ essa si misura in Watt (1W = 1 J/s). Una forza si definisce conservativa se dipende solo dagli istanti iniziale e finale. Il lavoro compiuto su un corpo da una forza conservativa è indipendente dalla traiettoria seguita dal corpo ed è nulla se la posizione iniziale e finale del corpo è la stessa. Forze conservative sono quelle delle molle ($W = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_i^2 - \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_f^2$) e la gravità. Considero il lavoro compiuto dalla gravità $W = \int F \cdot ds = m \cdot \int m \cdot g \cdot ds = m \cdot g \int ds = -m \cdot g(\cdot h_B - h_A) = -m \cdot g \cdot h$

Questa nuova quantità è chiamata energia potenziale gravitazionale $E_p = m \cdot g \cdot h$ (h = altezza del percorso). Il lavoro può essere anche considerato come la differenza di energia potenziale per cui $W = \Delta E_c = -\Delta E_p$ quindi $\Delta E_c = -\Delta E_p \rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = 0$ oppure $\Delta E_{ci} + \Delta E_{pi} = \Delta E_{cf} + \Delta E_{pf}$. Questa è la legge di conservazione dell'energia meccanica. Essa vale quando agiscono solo forze conservative e afferma che se aumenta l'energia cinetica, quella potenziale diminuisce e viceversa. Il lavoro totale è uguale al lavoro conservato più quello dissipato. Per le forze conservative il lavoro conservato è uguale alla variazione di energia potenziale (valido anche nella realtà).

Corpo rigido

Consideriamo un corpo rigido (indeformabile) che ruota intorno ad un asse fisso. Tutte le particelle del corpo rigido hanno velocità angolare e accelerazione angolare uguale e valgono le leggi già date per il moto rotatorio. Le varie particelle hanno velocità e accelerazione diverse. L'energia cinetica di ogni particella è data da: $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2$. Il corpo rigido ha energia cinetica uguale alla somma delle energie delle particelle.

$E_c = \sum \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \sum m \cdot r^2$. La quantità $\Sigma m \cdot r^2$ è chiamata momento di inerzia I e l'energia cinetica totale del sistema diventa $E_c = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$ ed è chiamata energia cinetica di rotazione. Il momento d'inerzia si può calcolare con la formula $I = \int r^2 \cdot dm$ che esprime la sommatoria $\Sigma m \cdot r^2$. se l'asse di rotazione non passa per il centro di massa, il momento d'inerzia si può calcolare con $I = I_o + m \cdot d^2$ con d = distanza dal centro di massa. Il momento di una forza, misura l'efficacia nel far ruotare l'oggetto. Esso è dato dal prodotto della forza per il suo braccio che è perpendicolare ad essa. $\tau = m \cdot r \cdot a_t = I \cdot \alpha$. La formula $\tau = I \cdot \alpha$ è l'analogo della seconda legge di Newtoon. I lavoro compiuto in un movimento rotatorio è dato da: $W = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau \cdot d\theta$ mentre la potenza è $P = \frac{dW}{dt} = \tau \cdot \omega$ Il lavoro si può anche esprimere mediante il teorema dell'energia cinetica per il moto circolare: $W = \int \tau \cdot d\theta = \int I \cdot \omega \cdot d\omega = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 - \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_0^2$ In un moto di rototraslazione, la velocità del centro di massa è $V = r \cdot \omega$ e l'accelerazione del centro di massa è $a = r \cdot \alpha$. L'energia cinetica totale di un corpo che rotola è uguale a: $E_k = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$

Statica

Un Corpo rigido è in equilibrio se e solo se sono soddisfatte le seguenti condizione: la risultante delle forze esterne è nulla e la risultante dei momenti meccanici è nulla, cioè $\Sigma F_{est} = 0$ e $\Sigma\tau = 0$. La prima impone l'equilibrio traslazionale, la seconda l'equilibrio rotazionale. Se 2 sole forze agiscono su un corpo esso è in equilibrio se e sono di uguale modulo e direzione opposta. Il punto di applicazione delle forze peso è il baricentro o centro di gravità. Le coordinate del baricentro si trovano con le formule $X_c = \frac{\sum m \cdot x}{M}$ $\quad Y_c = \frac{\sum m \cdot y}{M}$

Se il campo gravitazionale è uniforme, il baricentro coincide col centro di massa.