Esercizi svolti

Forme canoniche SP e PS

1. Data seguente tabella di verità determinare la forme canoniche SP e PS

C	B	A	F	$\overline{F}$	Mintermini	Maxtermini
0	0	0	0	1	$\overline{C}\,\overline{B}\,\overline{A}=m0$	$C+B+A=M0$
0	0	1	0	1	$\overline{C}\,\overline{B}\,A=m1$	$C+B+\overline{A}=M1$
0	1	0	0	1	$\overline{C}\,B\,\overline{A}=m2$	$C+\overline{B}+A=M2$
0	1	1	1	0	$\overline{C}\,B\,A=m3$	$C+\overline{B}+\overline{A}=M3$
1	0	0	1	0	$C\,\overline{B}\,\overline{A}=m4$	$\overline{C}+B+A=M4$
1	0	1	1	0	$C\,\overline{B}\,A=m5$	$\overline{C}+B+\overline{A}=M0$
1	1	0	1	0	$C\,B\,\overline{A}=m6$	$\overline{C}+\overline{B}+A=M6$
1	1	1	1	0	$C\,B\,A=m7$	$\overline{C}+\overline{B}+\overline{A}=M7$

Forme SP per $F\ e\ \overline{F}$

$$F(C,B,A)=AB\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}C+A\overline{B}C+\overline{A}\,BC+ABC$$
$$F(C,B,A)=m3+m4+m5+m6+m7$$
$$F(C,B,A)=\sum m(3,4,5,6,7)$$

$$\overline{F}(C,B,A)=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\overline{C}$$
$$\overline{F}(C,B,A)=m0+m1+m2$$
$$\overline{F}(C,B,A)=\sum m(0,1,2)$$

Forme PS per $F\ e\ \overline{F}$

$$F(C,B,A)=(A+B+C)(\overline{A}+B+C)(A+\overline{B}+C)$$
$$F(C,B,A)=M0\ M1\ M2$$
$$F(C,B,A)=\prod M(0,1,2)$$

$$\overline{F}(C,B,A)=(\overline{A}+\overline{B}+C)(A+B+\overline{C})(\overline{A}+B+\overline{C})(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$
$$\overline{F}(C,B,A)=M3\ M4\ M5\ M6\ M7$$
$$\overline{F}(C,B,A)=\prod M(3,4,5,6,7)$$

Ricavare la forma PS di F dalla forma SP di $\overline{F}$

$$\overline{F}(C,B,A)=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\overline{C}$$
$$F(C,B,A)=\overline{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\overline{C}}$$
$$F(C,B,A)=\overline{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}}\ \ \overline{A\overline{B}\,\overline{C}}\ \ \overline{\overline{A}\,B\overline{C}}$$

$F(C,B,A) = (A+B+C)(\overline{A}+B+C)(A+\overline{B}+C)$

Ricavare la forma SP di F dalla forma PS di $\overline{F}$

$\overline{F}(C,B,A) = (C+\overline{B}+\overline{A})(\overline{C}+B+A)(\overline{C}+B+\overline{A})(\overline{C}+\overline{B}+A)(\overline{C}+\overline{B}+\overline{A})$

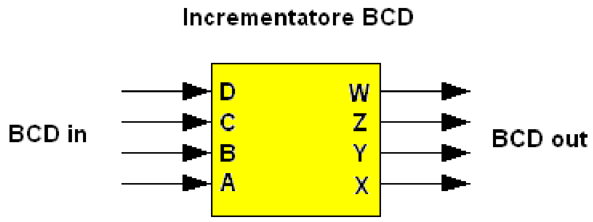
$\overline{\overline{F}}(C,B,A) = \overline{(C+\overline{B}+\overline{A})(\overline{C}+B+A)(\overline{C}+B+\overline{A})(\overline{C}+\overline{B}+A)(\overline{C}+\overline{B}+\overline{A})}$

$F(C,B,A) = \overline{(C+\overline{B}+\overline{A})} + \overline{(\overline{C}+B+A)} + \overline{(\overline{C}+B+\overline{A})} + \overline{(\overline{C}+\overline{B}+A)} + \overline{(\overline{C}+\overline{B}+\overline{A})}$

$F(C,B,A) = (\overline{C}\,B\,A) + (C\,\overline{B}\,\overline{A}) + (C\,\overline{B}\,A) + (C\,B\,\overline{A}) + (C\,B\,A)$

2. Realizzare la sintesi di un Incrementatore BCD

D	C	B	A	W	Z	Y	X
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	-	-	-	-
1	0	1	1	-	-	-	-
1	1	0	0	-	-	-	-
1	1	0	1	-	-	-	-
1	1	1	0	-	-	-	-
1	1	1	1	-	-	-	-



$X = m0 + m2 + m4 + m6 + m8 + d10 + d11 + d12 + d13 + d14 + d15$

$X = M1\,M3\,M5\,M7\,M9\,D10\,D11\,D12\,D13\,D14\,D15$

$Y = m1 + m2 + m5 + m6 + d10 + d11 + d12 + d13 + d14 + d15$

$Y = M0\,M3\,M4\,M7\,M8\,M9\,D10\,D11\,D12\,D13\,D14\,D15$

$Z = m3 + m4 + m5 + m6 + d10 + d11 + d12 + d13 + d14 + d15$

$Z = M0\,M1\,M2\,M7\,M8\,M9\,D10\,D11\,D12\,D13\,D14\,D15$

$W = m7 + m8 + d10 + d11 + d12 + d13 + d14 + d15$

$W = M0\,M1\,M2\,M3\,M4\,M5\,M6\,M9\,D10\,D11\,D12\,D13\,D14\,D15$

$W(D,C,B,A) = \sum m(7,8) + d(10,11,12,13,14,15)$

$Z(D,C,B,A) = \sum m(3,4,5,6) + d(10,11,12,13,14,15)$

$Y(D,C,B,A) = \sum m(1,2,5,6) + d(10,11,12,13,14,15)$

$X(D,C,B,A) = \sum m(0,2,4,6,8) + d(10,11,12,13,14,15)$

W

DC \ BA	00	01	11	10
00	0: **0**	1: **0**	3: **0**	2: **0**
01	4: **0**	5: **0**	7: **1**	6: **0**
11	12: **-**	13: **-**	15: **-**	14: **-**
10	8: **1**	9: **0**	11: **-**	10: **-**

ABC $\quad \overline{A}D$

$$W = \overline{A}D + ABC$$

Z

DC \ BA	00	01	11	10
00	0: **0**	1: **0**	3: **1**	2: **0**
01	4: **1**	5: **1**	7: **0**	6: **1**
11	12: **-**	13: **-**	15: **-**	14: **-**
10	8: **0**	9: **0**	11: **-**	10: **-**

$AB\overline{C}$ $\quad \overline{A}C$ $\quad \overline{B}C$

$$Z = \overline{A}C + \overline{B}C + AB\overline{C}$$

Y

DC \ BA	00	01	11	10
00	0: **0**	1: **1**	3: **0**	2: **1**
01	4: **0**	5: **1**	7: **0**	6: **1**
11	12: **-**	13: **-**	15: **-**	14: **-**
10	8: **0**	9: **0**	11: **-**	10: **-**

$A\overline{B}\,\overline{D}$ $\quad \overline{A}B$

$$Y = A\overline{B}\,\overline{D} + \overline{A}B$$

X

DC \ BA	00	01	11	10
00	0: **1**	1: **0**	3: **0**	2: **1**
01	4: **1**	5: **0**	7: **0**	6: **1**
11	12: **-**	13: **-**	15: **-**	14: **-**
10	8: **1**	9: **0**	11: **-**	10: **-**

$\overline{A}$

$$X = \overline{A}$$

Mappe di Karnaugh

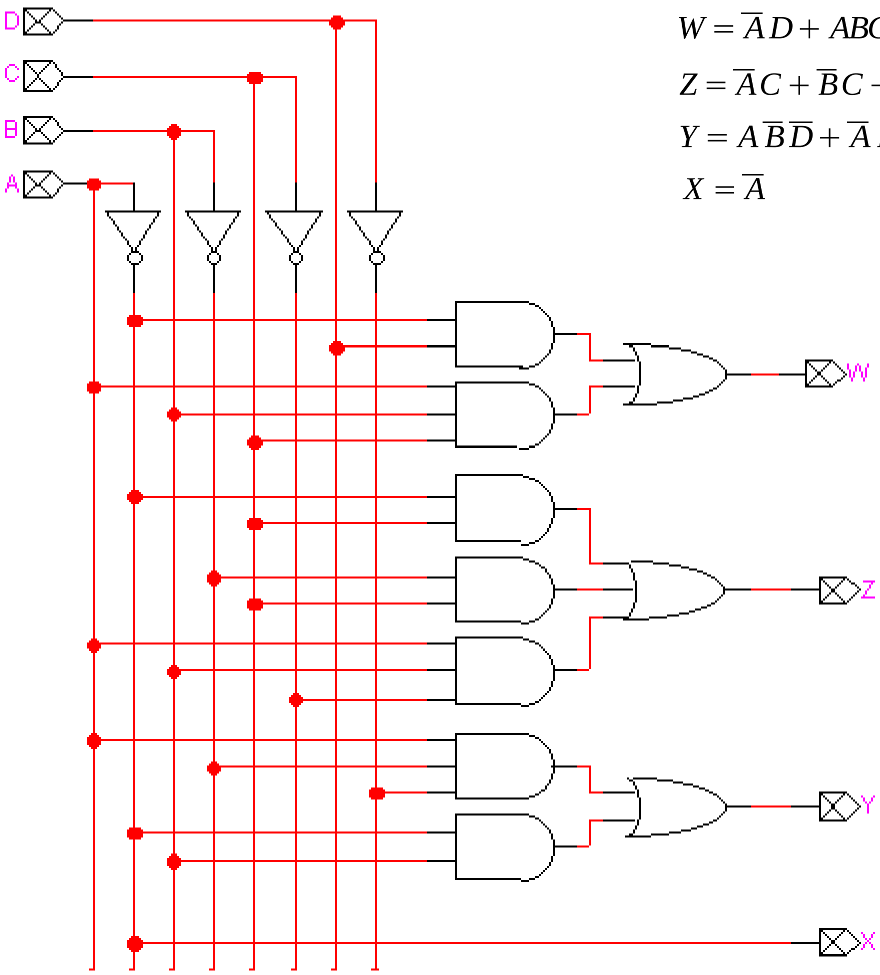
Ingresso BCD Schema logico Uscita BCD

$$W = \overline{A}D + ABC$$

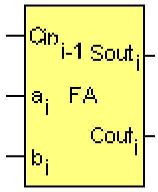
$$Z = \overline{A}C + \overline{B}C + AB\overline{C}$$

$$Y = A\overline{B}\,\overline{D} + \overline{A}B$$

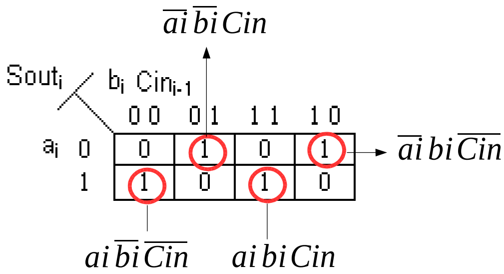
$$X = \overline{A}$$



3. Effettuare la sintesi minima di un FullAdder



Full Adder				
a_i	b_i	Cin_{i-1}	$Sout_i$	$Cout_i$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

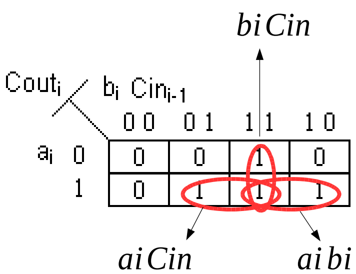


$$Sout = ai\,\overline{bi}\,\overline{Cin} + \overline{ai}\,\overline{bi}\,Cin + ai\,bi\,Cin + \overline{ai}\,bi\,\overline{Cin}$$

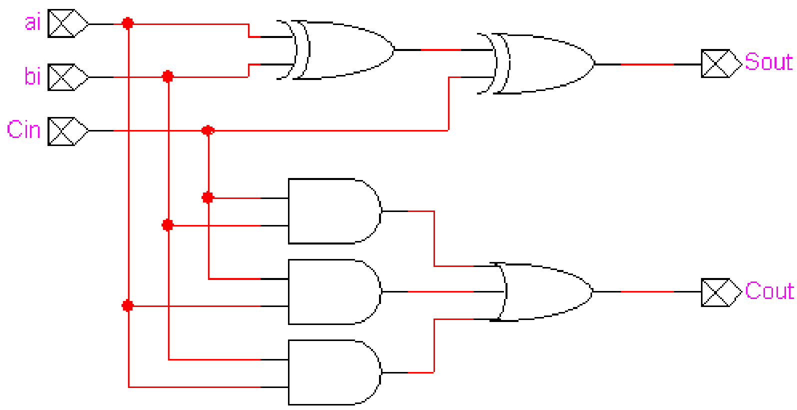
$$Sout = \overline{bi}\,(ai\,\overline{Cin} + \overline{ai}\,Cin) + bi\,(ai\,Cin + \overline{ai}\,\overline{Cin})$$

$$Sout = \overline{bi}\,(ai \oplus Cin) + bi\,\overline{(ai \oplus Cin)}$$

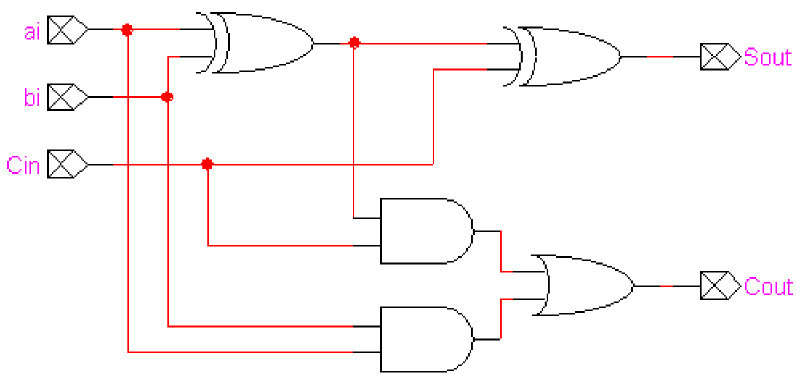
$$Sout = ai \oplus bi \oplus Cin$$



$$Cout = ai\,Cin + bi\,Cin + ai\,bi$$



La figura rappresenta lo schema logico relativo alle funzioni Sout e Cout.



Lo schema logico associato alla funzione Cout puo' in parte sfruttare la rete relativa alla funzione Sout. In tal modo rispetto alla soluzione precedente si fa uso di una porta AND in meno e si impiega una porta OR a due ingressi piuttosto che a tre.

L'espressione combinatoria associata all'uscita Cout della rete ottimizzata risulta essere logicamente equivalente all'espressione ricavata direttamente dalle K-mappe:

$$Cout = Cin(ai \oplus bi) + ai\,bi \quad \Rightarrow \quad Cout = Cin(ai\,\overline{bi} + \overline{ai}\,bi) + ai\,bi$$

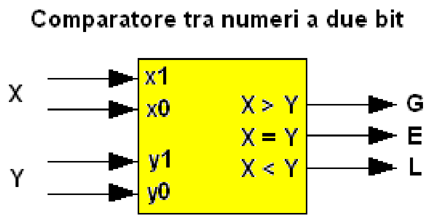
Si aggiungono i termini $ai\,bi\,Cin + ai\,bi\,Cin$ poiche' e' gia presente $ai\,bi$

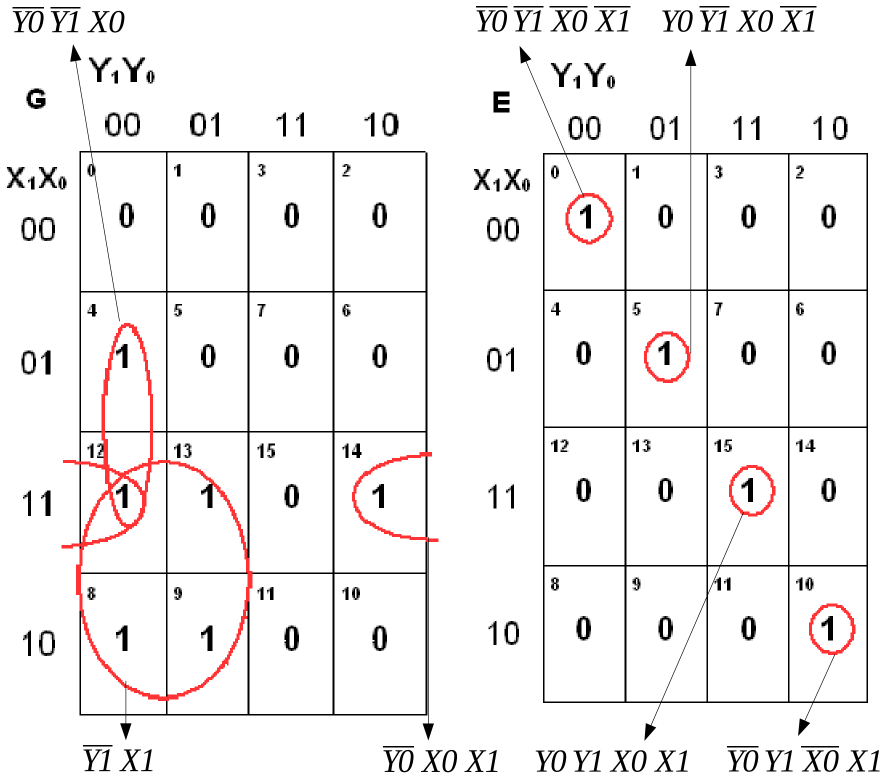
$$Cout = ai\,\overline{bi}\,Cin + \overline{ai}\,bi\,Cin + ai\,bi \quad \Rightarrow \quad Cout = ai\,\overline{bi}\,Cin + ai\,bi\,Cin + \overline{ai}\,bi\,Cin + ai\,bi\,Cin + ai\,bi$$

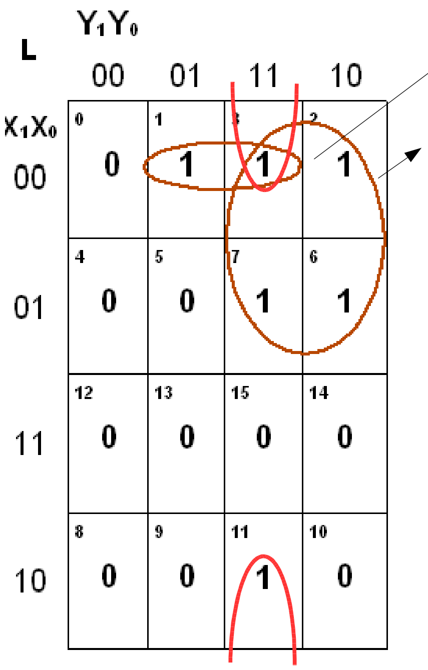
$$Cout = ai\,Cin + bi\,Cin + ai\,bi$$

4. Effettuare la sintesi minima di un comparatore tra numeri binari a due bit.

X_1	X_0	Y_1	Y_0	G	E	L
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	**0**	**0**	**1**
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	0







$Y0\,\overline{X0}\,\overline{X1}$

$Y1\,\overline{X1}$

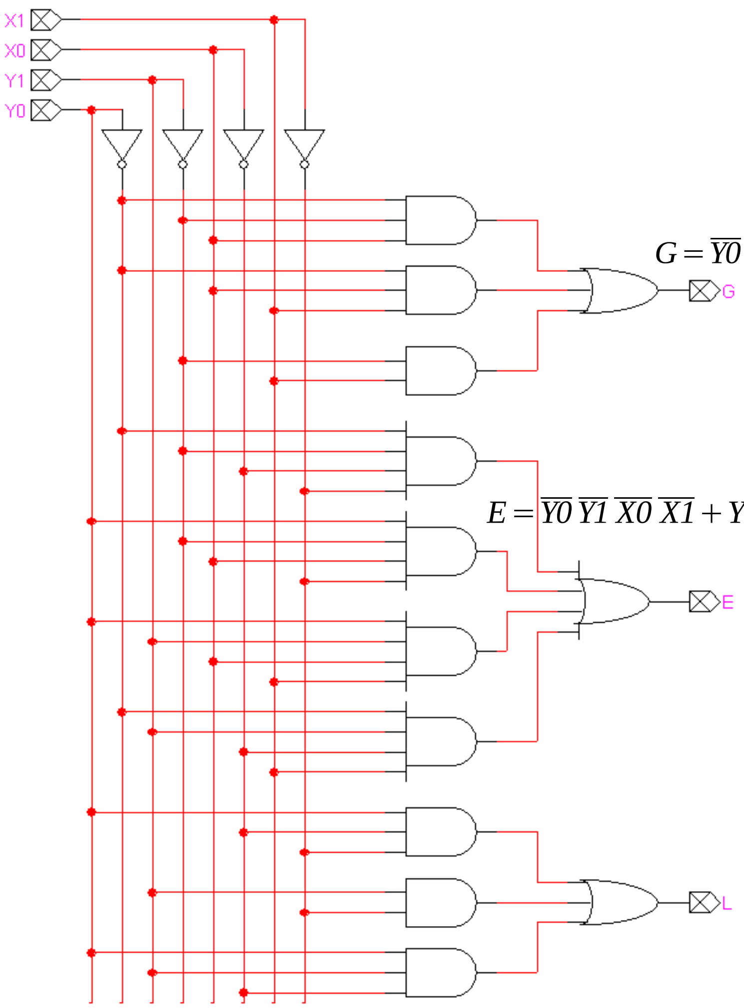
$$G = \overline{Y0}\,\overline{Y1}\,X0 + \overline{Y0}\,X0\,X1 + \overline{Y1}\,X1$$

$$E = \overline{Y0}\,\overline{Y1}\,\overline{X0}\,\overline{X1} + Y0\,\overline{Y1}\,X0\,\overline{X1} + Y0\,Y1\,X0\,X1 + \overline{Y0}\,Y1\,\overline{X0}\,X1$$

$$L = Y0\,\overline{X0}\,\overline{X1} + Y1\,\overline{X1} + Y0\,Y1\,\overline{X0}$$

Implementazione a due livelli del comparatore binario a due bit.

La rete logica impiega 13 porte :
4 porte AND a 4 ingressi;
4 porte AND a 3 ingressi;
2 porte AND a 2 ingressi;
2 porte OR a 4 ingressi;
1 porte OR a 2 ingressi;



$$G = \overline{Y0}\,\overline{Y1}\,X0 + \overline{Y0}\,X0\,X1 + \overline{Y1}\,X1$$

$$E = \overline{Y0}\,\overline{Y1}\,\overline{X0}\,\overline{X1} + Y0\,\overline{Y1}\,X0\,\overline{X1} + Y0\,Y1\,X0\,X1 + \overline{Y0}\,Y1\,\overline{X0}\,X1$$

$$L = Y0\,\overline{X0}\,\overline{X1} + Y1\,\overline{X1} + Y0\,Y1\,\overline{X0}$$

$$E = \overline{Y0}\,\overline{Y1}\,\overline{X0}\,\overline{X1} + Y0\,\overline{Y1}\,X0\,\overline{X1} + Y0\,Y1\,X0\,X1 + \overline{Y0}\,Y1\,\overline{X0}\,X1$$

$$E = \overline{Y1}\,\overline{X1}\,(\overline{Y0}\,\overline{X0} + Y0\,X0) + Y1X1\,(Y0\,X0 + \overline{Y0}\,\overline{X0})$$

$$E = (\overline{Y0}\,\overline{X0} + Y0\,X0)(\overline{Y1}\,\overline{X1} + Y1X1)$$

$$E = (Y0 \odot X0)(Y1 \odot X1)$$

$$G = \overline{Y0}\,\overline{Y1}\,X0 + \overline{Y0}\,X0\,X1 + \overline{Y1}\,X1$$

$$G = X0\,\overline{Y0}\,(\overline{Y1} + X1) + \overline{Y1}\,X1$$

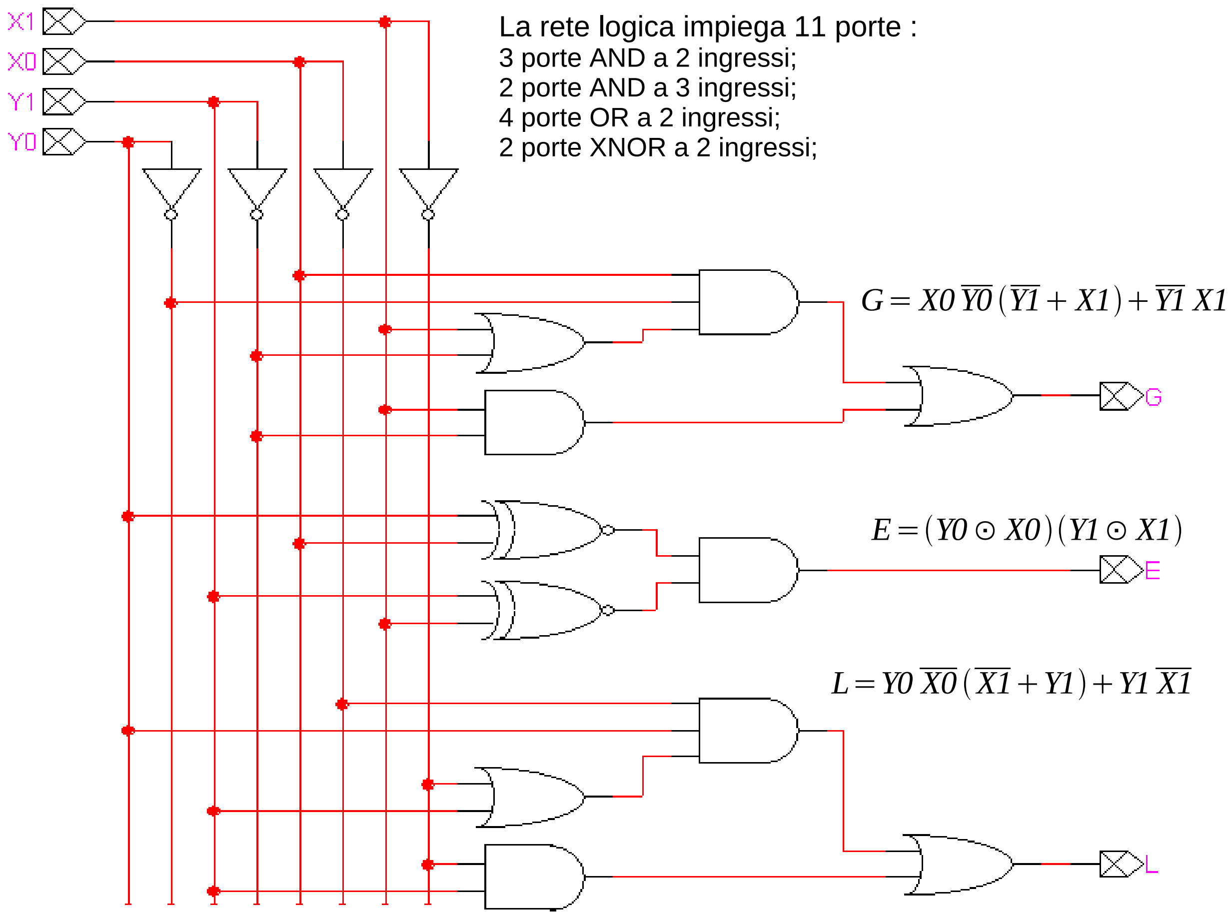
$$L = Y0\,\overline{X0}\,\overline{X1} + Y1\,\overline{X1} + Y0\,Y1\,\overline{X0}$$

$$L = Y0\,\overline{X0}\,(\overline{X1} + Y1) + Y1\,\overline{X1}$$

Per effettuare una implementazione multilivello è possibile ricavare E, G ed L in forma fattorizzata. Cio' comporta una riduzione nel numero di ingressi delle porte impiegate ed un aumento del numero dei livelli della rete, quindi un aumento del tempo necessario ai segnali per attraversare la rete (tempo di propagazione).

Implementazione multilivello del comparatore tra numeri binari a due bit.

La rete logica impiega 11 porte :
3 porte AND a 2 ingressi;
2 porte AND a 3 ingressi;
4 porte OR a 2 ingressi;
2 porte XNOR a 2 ingressi;



5. Semplificare le seguente funzione utilizzando le mappe di Karnaugh

$$F(W,V,Z,Y,X)=\prod M(0,4,18,19,22,23,25,29)$$

$(W+X+Y+V)$ $(\overline{W}+\overline{Y}+V)$

F — VZ \ YX	00	01	11	10
00	(0) **0**	(1) **1**	(3) **1**	(2) **1**
01	(4) **0**	(5) **1**	(7) **1**	(6) **1**
11	(12) **1**	(13) **1**	(15) **1**	(14) **1**
10	(8) **1**	(9) **1**	(11) **1**	(10) **1**

W = 0

F — VZ \ YX	00	01	11	10
00	(16) **1**	(17) **1**	(19) **0**	(18) **0**
01	(20) **1**	(21) **1**	(23) **0**	(22) **0**
11	(28) **1**	(29) **0**	(31) **1**	(30) **1**
10	(24) **1**	(25) **0**	(27) **1**	(26) **1**

W = 1

$(\overline{W}+\overline{X}+Y+\overline{V})$

$$F=(W+X+Y+V)(\overline{W}+\overline{Y}+V)(\overline{W}+\overline{X}+Y+\overline{V})$$

Forma minima normale PS

$X\,\overline{Y}\,\overline{V}$

F — VZ \ YX	00	01	11	10
00	(0) **0**	(1) **1**	(3) **1**	(2) **1**
01	(4) **0**	(5) **1**	(7) **1**	(6) **1**
11	(12) **1**	(13) **1**	(15) **1**	(14) **1**
10	(8) **1**	(9) **1**	(11) **1**	(10) **1**

$\overline{W}\,Y$ $W\,\overline{X}\,\overline{Y}$

F — VZ \ YX	00	01	11	10
00	(16) **1**	(17) **1**	(19) **0**	(18) **0**
01	(20) **1**	(21) **1**	(23) **0**	(22) **0**
11	(28) **1**	(29) **0**	(31) **1**	(30) **1**
10	(24) **1**	(25) **0**	(27) **1**	(26) **1**

YV

$\overline{W}\,V$

W = 0 **W = 1**

$$F=X\,\overline{Y}\,\overline{V}+\overline{W}\,V+\overline{W}\,Y+YV+W\,\overline{X}\,\overline{Y}$$

Forma minima normale SP

$$F(W,V,Z,Y,X)=\sum m(2,8,9,10,13,15,16,18,19,23)+\sum d(3,11,17,22)$$

$W+Y+V$ $\quad W+\overline{Z}+V$ $\quad X+\overline{Z}$ $\quad \overline{W}+Y+\overline{Z}$ $\quad \overline{W}+\overline{V}$

W = 0

F: VZ \ YX	00	01	11	10
00	(0) **0**	(1) **0**	(3) **-**	(2) **1**
01	(4) **0**	(5) **0**	(7) **0**	(6) **0**
11	(12) **0**	(13) **1**	(15) **1**	(14) **0**
10	(8) **1**	(9) **1**	(11) **-**	(10) **1**

W = 1

F: VZ \ YX	00	01	11	10
00	(16) **1**	(17) **-**	(19) **1**	(18) **1**
01	(20) **0**	(21) **0**	(23) **1**	(22) **-**
11	(28) **0**	(29) **0**	(31) **0**	(30) **0**
10	(24) **0**	(25) **0**	(27) **0**	(26) **0**

$$F=(W+Y+V)(W+\overline{Z}+V)(X+\overline{Z})(\overline{W}+Y+\overline{Z})(\overline{W}+\overline{V})$$ Forma minima normale PS

$Y\,\overline{Z}\,\overline{V}$ $\quad \overline{W}\,X\,V$ $\quad \overline{W}\,\overline{Y}\,\overline{Z}\,V$ $\quad W\,\overline{Z}\,\overline{V}$ $\quad W\,Y\,\overline{V}$

W = 0

F: VZ \ YX	00	01	11	10
00	(0) **0**	(1) **0**	(3) **-**	(2) **1**
01	(4) **0**	(5) **0**	(7) **0**	(6) **0**
11	(12) **0**	(13) **1**	(15) **1**	(14) **0**
10	(8) **1**	(9) **1**	(11) **-**	(10) **0**

W = 1

F: VZ \ YX	00	01	11	10
00	(16) **1**	(17) **-**	(19) **1**	(18) **1**
01	(20) **0**	(21) **0**	(23) **1**	(22) **-**
11	(28) **0**	(29) **0**	(31) **0**	(30) **0**
10	(24) **0**	(25) **0**	(27) **0**	(26) **0**

$$F=\overline{W}\,\overline{Y}\,\overline{Z}\,V+\overline{W}\,X\,V+Y\,\overline{Z}\,\overline{V}+W\,Y\,\overline{V}$$ Forma minima normale SP

K-Mappe a 6 variabili

$$W(F,E,D,C,B,A)=\sum m(1,3,5,7,8,10,12,14,17,19,21,23,24,26,28,30,33,35,36,37,39,44,)$$
$$+\sum m(49,51,53,55)$$

$A\overline{D}$

$\overline{A}\,\overline{B}CF\overline{E}$

$\overline{A}D\overline{F}$

W — DC \ BA	00	01	11	10
00	(0) 0	(1) 1	(3) 1	(2) 0
01	(4) 0	(5) 1	(7) 1	(6) 0
11	(12) 1	(13) 0	(15) 0	(14) 1
10	(8) 1	(9) 0	(11) 0	(10) 1

FE = 00

W — DC \ BA	00	01	11	10
00	(32) 0	(33) 1	(35) 1	(34) 0
01	(36) 1	(37) 1	(39) 1	(38) 0
11	(44) 1	(45) 0	(47) 0	(46) 0
10	(40) 0	(41) 0	(43) 0	(42) 0

FE = 10

W — DC \ BA	00	01	11	10
00	(16) 0	(17) 1	(19) 1	(18) 0
01	(20) 0	(21) 1	(23) 1	(22) 0
11	(28) 1	(29) 0	(31) 0	(30) 1
10	(24) 1	(25) 0	(27) 0	(26) 1

FE = 01

W — DC \ BA	00	01	11	10
00	(48) 0	(49) 1	(51) 1	(50) 0
01	(52) 0	(53) 1	(55) 1	(54) 0
11	(60) 0	(61) 0	(62) 0	(63) 0
10	(56) 0	(57) 0	(59) 0	(58) 0

FE = 11

$$W=A\overline{D}+\overline{A}D\overline{F}+\overline{A}\,\overline{B}CF\overline{E}$$

6. Fattorizzare la seguente $F = AC + ADE + BC + BDE$ espressione

Esprimere un'espressione in forma fattorizzata significa esprimerla in forma di somme di prodotti dove i termini prodotto possono essere ulteriormente espressi come somma di prodotti.

$F = AC + ADE + BC + BDE$ **10 letterali, 5 Gates.**

$F = C(A+B) + DE(A+B)$

$F = (A+B)(C+DE)$

L'espressione ricavata non puo' essere ulteriormente fattorizzata.

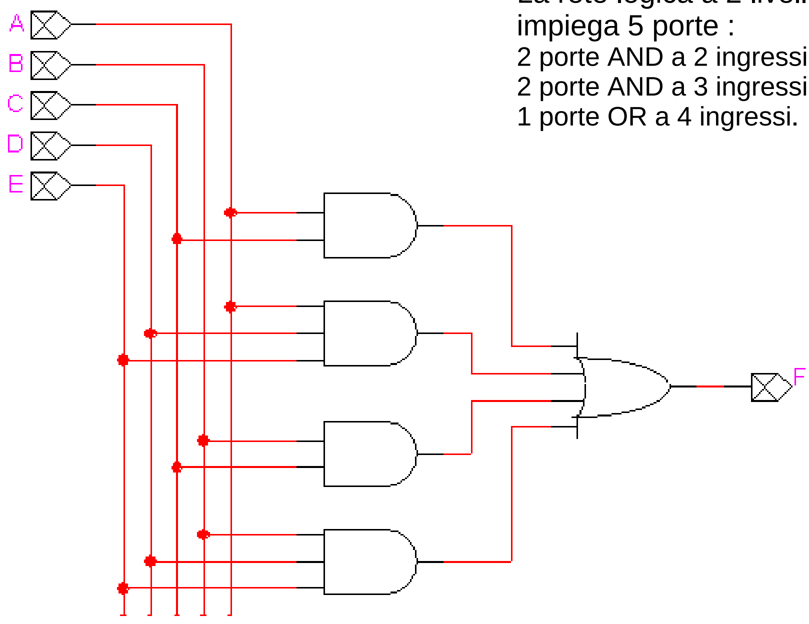
Nel conteggio dei letterali si considerano anche le funzioni F1 ed F1

$F = (A+B)(C+DE)$ **7 letterali, 4 Gates.**

$F = F1\,F2$

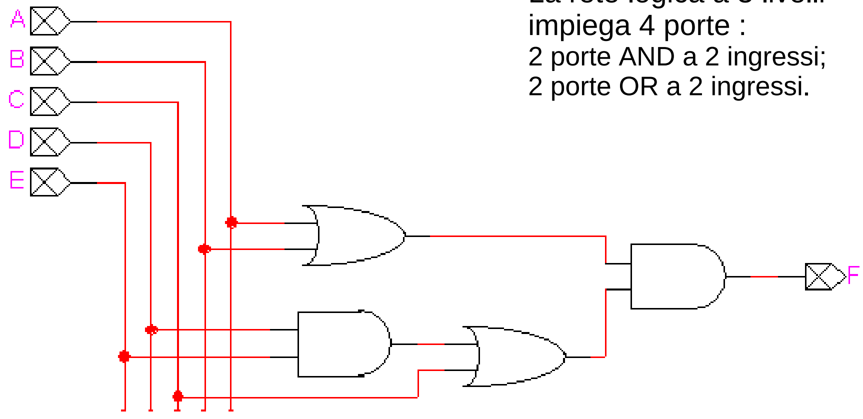
$F1 = A+B, \quad F2 = C+DE$

La rete logica a 2 livelli
impiega 5 porte :
2 porte AND a 2 ingressi;
2 porte AND a 3 ingressi;
1 porte OR a 4 ingressi.



$F = AC + ADE + BC + BDE$

La rete logica a 3 livelli
impiega 4 porte :
2 porte AND a 2 ingressi;
2 porte OR a 2 ingressi.



$F = (A+B)(C+DE)$

7. Fattorizzare la seguente $W = AD + AE + BD + BE + CD + CE + AF$ espressione

$W = AD + AE + BD + BE + CD + CE + AF$ —— **14 letterali, 8 Gates.**

$W = A(D+E+F) + B(D+E) + C(D+E)$

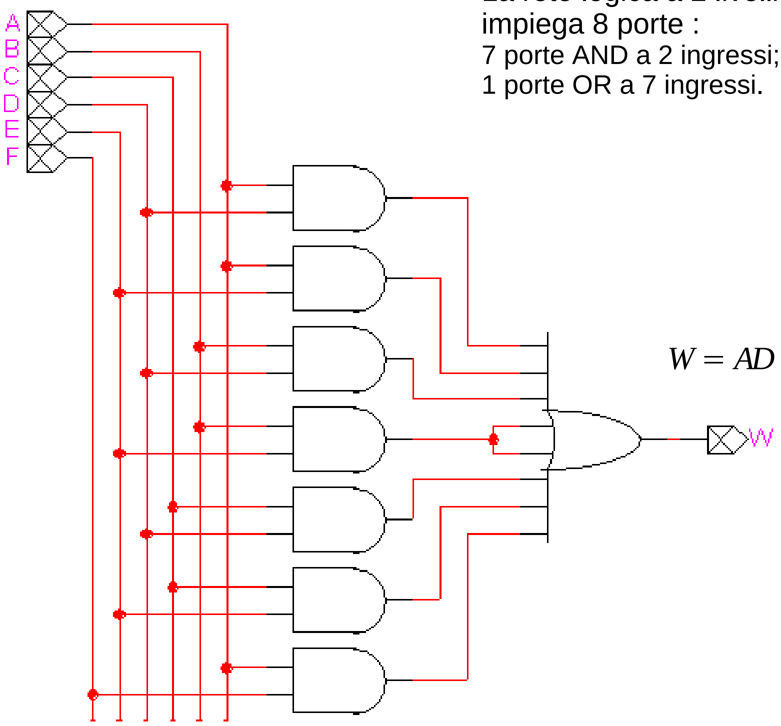
$W = A(D+E) + B(D+E) + C(D+E) + AF$

$W = (D+E)(A+B+C) + AF$

$W = F1F2 + AF$ —— **9 letterali, 5 Gates.**

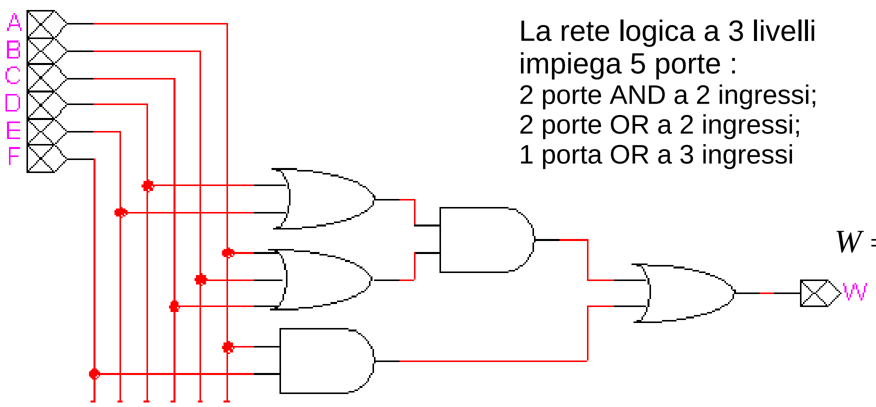
$F1 = D+E, \quad F2 = A+B+C$

La rete logica a 2 livelli
impiega 8 porte :
7 porte AND a 2 ingressi;
1 porte OR a 7 ingressi.



$W = AD + AE + BD + BE + CD + CE + AF$

La rete logica a 3 livelli
impiega 5 porte :
2 porte AND a 2 ingressi;
2 porte OR a 2 ingressi;
1 porta OR a 3 ingressi



$W = (D+E)(A+B+C) + AF$

8. Fattorizzare la seguente espressione :

$$W = ACE + ACF + ADE + ADF + BCE + BCF + BDE + BDF$$

$W = ACE + ACF + ADE + ADF + BCE + BCF + BDE + BDF$ **24 letterali, 9 Gates.**

$W = A(CE + CF + DE + DF) + B(CE + CF + DE + DF)$

$W = (A+B)(CE + CF + DE + DF)$

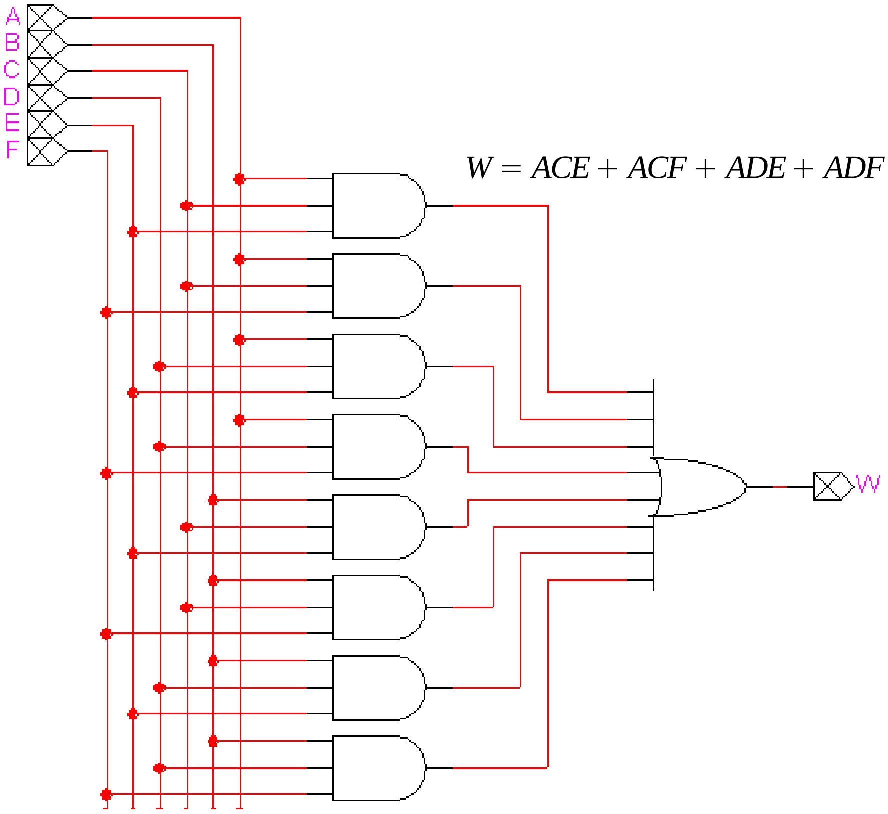
$W = (A+B)(C(E+F) + D(E+F))$

$W = (A+B)(C(E+F) + D(E+F))$

$W = (A+B)(C+D)(E+F)$

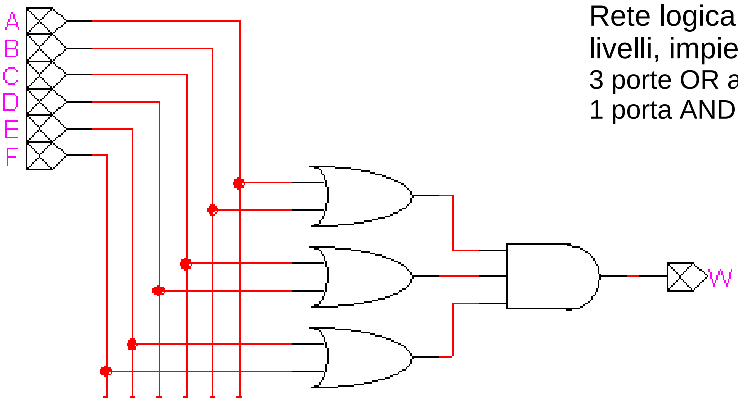
$W = XYZ$ **9 letterali, 4 Gates.**

$X = A+B, \quad Y = C+D, \quad Z = E+F$



$W = ACE + ACF + ADE + ADF + BCE + BCF + BDE + BDF$

Rete logica PS a 2 livelli, impiega 4 porte :
3 porte OR a 2 ingressi;
1 porta AND a 3 ingressi.



$W = (A+B)(C+D)(E+F)$

9. Date le seguenti funzioni ricavare le corrispondenti espressioni combinatorie prive di alee statiche.

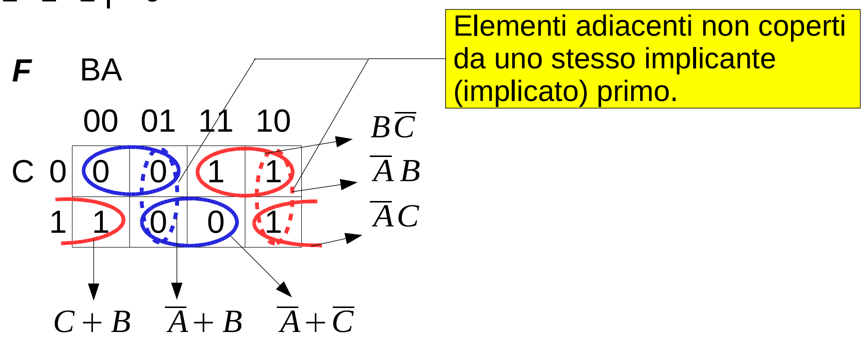
C	B	A	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Forme minime SP e PS relative alla funzione F ottenute considerando coperture costituita da soli raggruppamenti essenziali.

$$F = B\overline{C} + \overline{A}C$$

$$F' = (C+B)(\overline{C}+\overline{A})$$

Affinche' la rete non presenti alee statiche di 1 (0) è necessario che tutti gli elementi adiacenti relativi all'on-set (off-set) della funzione risultino coperti da implicanti (implicati) primi.



Per eliminare le alee statiche di uno è necessario aggiungere all'espressione F, ricavata considerando i soli implicanti essenziali, il termine prodotto $\overline{A}B$ associato al raggruppamento tratteggiato.

$$F'' = B\overline{C} + \overline{A}C + \overline{A}B$$

Espressione combinatoria priva di alee statiche di **uno** associata alla funzione F.

Per eliminare le alee statiche di zero è necessario aggiungere all'espressione F' ricavata considerando i soli implicati essenziali il termine somma $\overline{A}+B$ associato al raggruppamento tratteggiato.

$$F''' = (C+B)(\overline{C}+\overline{A})(\overline{A}+B)$$

Espressione combinatoria priva di alee statiche di **zero** associata alla funzione F.

Per individuare una espressione SP priva di alee statiche (di zero e di uno) è necessario trasormare l'espressione F''', priva di alle statiche di zero, in forma SP e verificare se coincide con l'espressione F'' priva di alle statiche di uno.
In caso affermativo la rete logica che si ricava a partire dell'espressione SP F'' risulta priva di alee statiche di uno e di zero.

$$F''' = (C+B)(\overline{C}+\overline{A})(\overline{A}+B)$$

$$F''' = (C\overline{C} + \overline{A}C + B\overline{C} + \overline{A}B)(\overline{A}+B)$$

$$F''' = \overline{A}C + \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + B\overline{C} + \overline{A}B + \overline{A}B$$

$$F''' = \overline{A}C + B\overline{C} + \overline{A}B$$

F'' = F'''; Espressione combinatoria priva di alee statiche (di **zero** e **uno**)associata alla funzione F.

Metodo alternativo per verificare se l'espressione priva di alee statiche di uno risulta priva di alee statiche di zero.

Si procede considerando il complemento dell'espressione F" (priva di alee statiche di uno); L'espressione F" **non presentera'** alee statiche di zero se tutti gli elementi adiacenti relativi all'off-set della funzione F risulteranno coperti dagli implicanti della forma complementata di F".

$$F'' = B\overline{C} + \overline{A}C + \overline{A}B \Rightarrow \overline{F''} = \overline{B\overline{C} + \overline{A}C + \overline{A}B}$$

$$\overline{F''} = \overline{B\overline{C}}\;\overline{\overline{A}C}\;\overline{\overline{A}B} \Rightarrow \overline{F''} = (\overline{B}+C)(A+\overline{C})(A+\overline{B})$$

$$\overline{F''} = (\overline{B}+C)(A+\overline{C})(A+\overline{B}) \Rightarrow \overline{F''} = (A\overline{B}+\overline{B}\overline{C}+AC+C\overline{C})(A+\overline{C})$$

$$\overline{F''} = (A\overline{B}+\overline{B}\overline{C}+AC+C\overline{C})(A+\overline{C}) \Rightarrow \overline{F''} = A\overline{B}+A\overline{B}\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}+\overline{B}\overline{C}+AC+AC\overline{C}$$

$$\overline{F''} = A\overline{B}+A\overline{B}\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}+\overline{B}\overline{C}+AC+AC\overline{C} \Rightarrow \overline{F''} = A\overline{B}+\overline{B}\overline{C}+AC$$

F BA

C \ BA	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	0	0	1

$\overline{B}\overline{C}$

$A\overline{B}$

AC

Tutti gli elementi adiacenti relativi all'off-set della funzione F risultano coperti dagli implicanti della forma complementata di F".

F" risulta priva di alee statiche di uno e di zero.

$$F'' = B\overline{C} + \overline{A}C + \overline{A}B$$

Espressione combinatoria priva di alee statiche di **uno** associata alla funzione F.

F BA

DC \ BA	00	01	11	10
00	**0**	**0**	**1**	**1**
01	**1**	**1**	**1**	**1**
11	**1**	**1**	**0**	**0**
10	**0**	**0**	**0**	**0**

Data la seguente mappadi Karnaugh ricavare la corrispondente espressione priva di alee statiche.

Forme minime SP e PS relative alla funzione F ottenute considerando coperture costituita da soli raggruppamenti essenziali.

Elementi adiacenti non coperti da uno stesso implicante (implicato) primo.

$\overline{B}C$ $\quad B\overline{D}$ $\quad (B+C)$ $\quad (\overline{B}+\overline{D})$ $\quad (C+\overline{D})$ $\quad C\overline{D}$

$$F = \overline{B}C + B\overline{D} \qquad F' = (\overline{B}+\overline{D})(B+C)$$

$$F'' = \overline{B}C + B\overline{D} + C\overline{D}$$

Espressione combinatoria priva di alee statiche di **uno** associata alla funzione F.

$$F''' = (\overline{B}+\overline{D})(B+C)(C+\overline{D})$$

Espressione combinatoria priva di alee statiche di **zero** associata alla funzione F.

$$F''' = (\overline{B}+\overline{D})(B+C)(C+\overline{D}) \Rightarrow F''' = (B\overline{B}+\overline{B}C+\overline{D}B+\overline{D}C)(C+\overline{D})$$

$$F''' = (B\overline{B}+\overline{B}C+\overline{D}B+\overline{D}C)(C+\overline{D}) \Rightarrow F''' = (\overline{B}C+\overline{D}B+\overline{D}C)(C+\overline{D})$$

$$F''' = (\overline{B}C + \overline{D}B + \overline{D}C)(C + \overline{D}) \;\Rightarrow\; F''' = \overline{B}C + \overline{B}C\overline{D} + BC\overline{D} + B\overline{D} + C\overline{D} + C\overline{D}$$

$$F''' = \overline{B}C + \overline{B}C\overline{D} + BC\overline{D} + B\overline{D} + C\overline{D} + C\overline{D} \;\Rightarrow\; F''' = \overline{B}C + B\overline{D} + C\overline{D}$$

$$F''' = \overline{B}C + B\overline{D} + C\overline{D}$$

F'' = F'''; Espressione combinatoria priva di alee statiche (di **zero** e **uno**)associata alla funzione F.