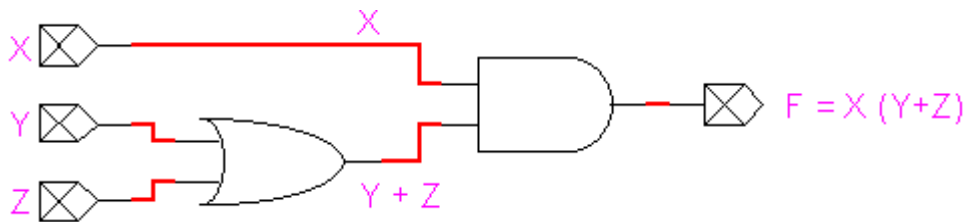


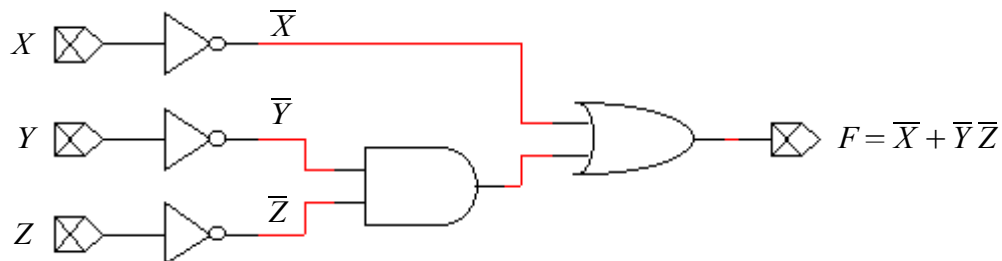
Esercizi svolti

1. Date le seguenti funzioni logiche ricavare le corrispondenti reti logiche realizzate con porte elementari AND, OR, NOT.

a) $F = X(Y + Z)$

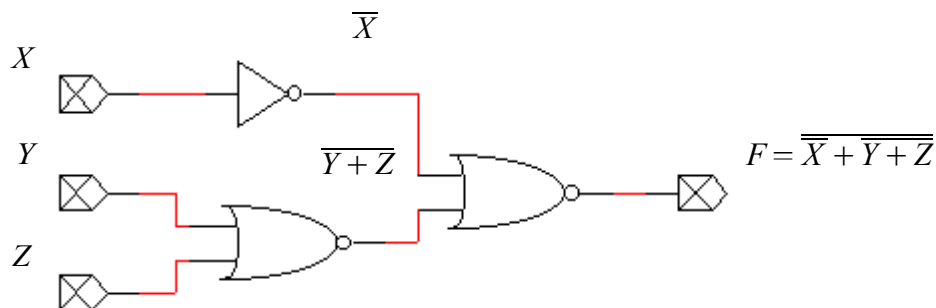


b) $F = \overline{X} + \overline{Y} \overline{Z}$

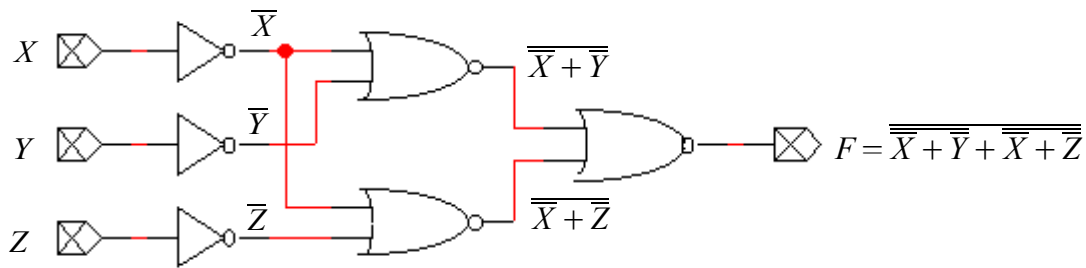


2. Date le seguenti funzioni logiche ricavare le corrispondenti reti logiche realizzate con porte elementari NOR e NOT.

a) $F = \overline{\overline{X} + (\overline{Y} + \overline{Z})}$

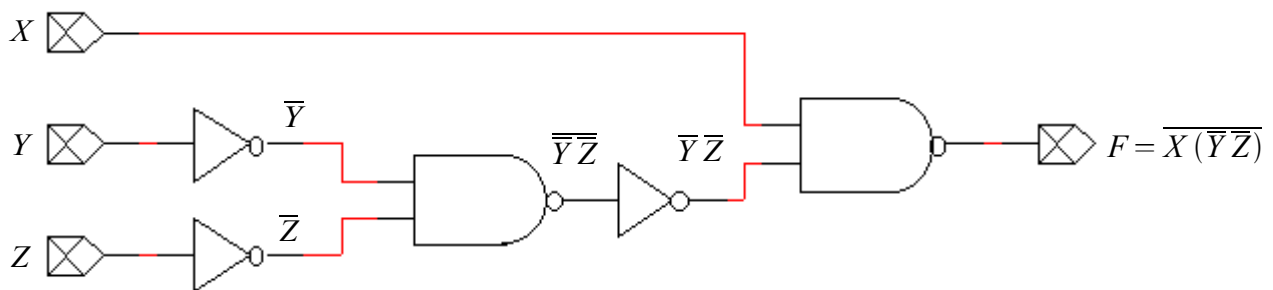


b) $F = \overline{\overline{\overline{X + Y + X + Z}}}$

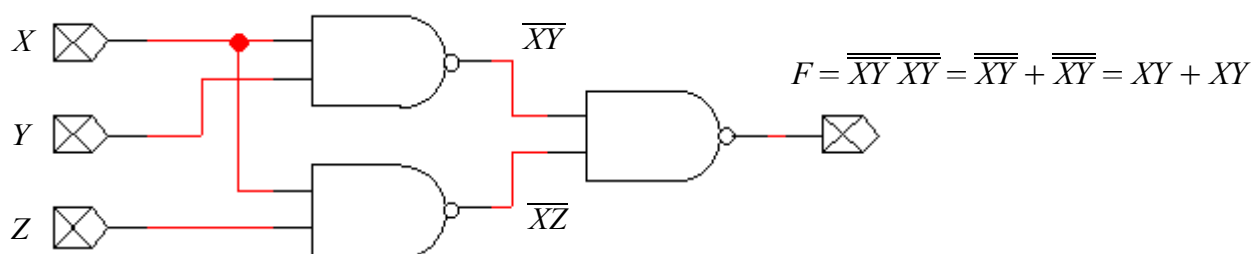


3. Date le seguenti funzioni logiche ricavare le corrispondenti reti logiche realizzate con porte elementari NAND e NOT.

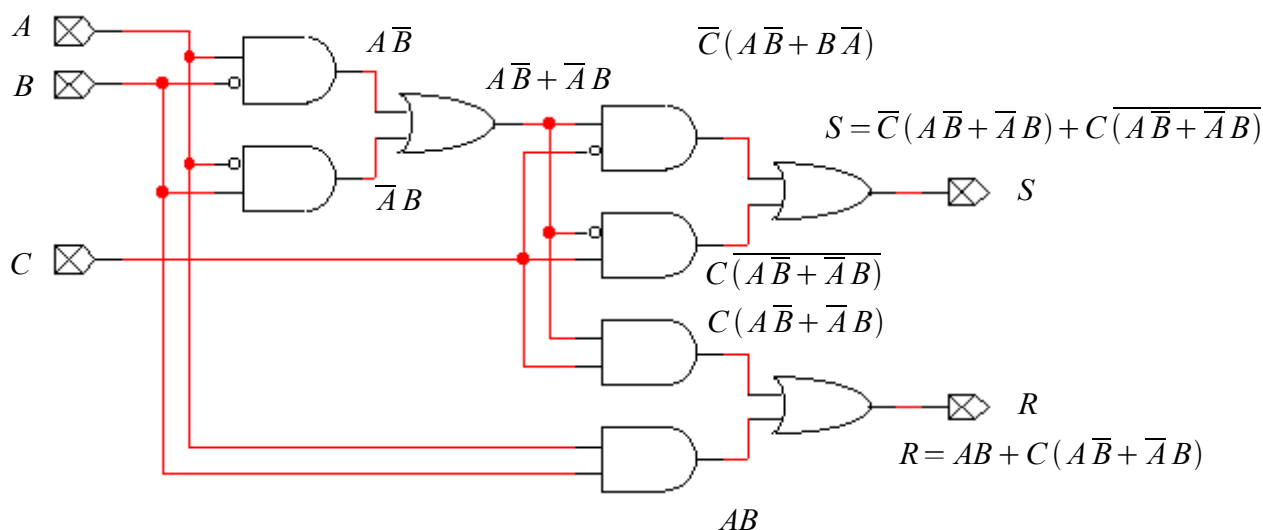
a) $F = \overline{X(\overline{Y}\overline{Z})}$ $F = \overline{X(\overline{Y}\overline{Z})} \Rightarrow F = \overline{\overline{\overline{X(\overline{Y}\overline{Z})}}}$



b) $F = XY + XZ$



4. Data la rete logica di figura ricavare le corrispondenti funzioni combinatorie in forma minima



$$S = \bar{C} (A \bar{B} + \bar{A} B) + C (\bar{A} \bar{B} + \bar{A} B)$$

$$S = \bar{C} (A \oplus B) + C (\bar{A} \oplus B)$$

$$S = A \oplus B \oplus C$$

$$R = AB + C (A \bar{B} + \bar{A} B)$$

$$R = AB + A \bar{B} C + \bar{A} B C$$

$$R = AB + ABC + ABC + A \bar{B} C + \bar{A} B C$$

$$R = AB + A \bar{B} C + ABC + \bar{A} B C + ABC$$

$$R = AB + AC + BC$$

T9, Distributiva

T8, Assorbimento: $AB + ABC + ABC = AB$,

T6, pr. Commutativa

T10', combinazione

5. Dimostrare per manipolazione algebrica la proprietà del consenso T11': .

$$T11': XY + \bar{X}Z + YZ = XY + \bar{X}Z \quad XY + \bar{X}Z + YZ$$

$$XY + \bar{X}Z + YZ = XYZ + XY\bar{Z} + \bar{X}YZ + \bar{X}\bar{Y}Z + XYZ + \bar{X}YZ$$

XY

$\bar{X}Z$

YZ

$$XY + \bar{X}Z + YZ = XYZ + XYZ + \bar{X}YZ + \bar{X}\bar{Y}Z + \bar{X}\bar{Y}Z + XY\bar{Z}$$

$$XY + \bar{X}Z + YZ = XYZ + \bar{X}YZ + \bar{X}\bar{Y}Z + XY\bar{Z}$$

$$XY + \bar{X}Z + YZ = XYZ + XY\bar{Z} + \bar{X}YZ + \bar{X}\bar{Y}Z$$

$$XY + \bar{X}Z + YZ = XY + \bar{X}Z$$

T10'
pr. della
combinazione

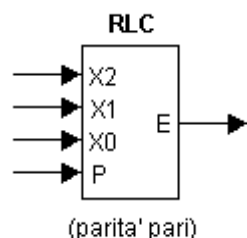
T6
pr. Commutativa

T3
idempotenza

T6
pr. Commutativa

T10'
pr. della
combinazione

6. Dato un segnale a 4 bit (con ultimo bit di parità) indicare la tabella di verità di una rete logica che verifichi se la parità è corretta e costruire la corrispondente mappa di Karnaugh.



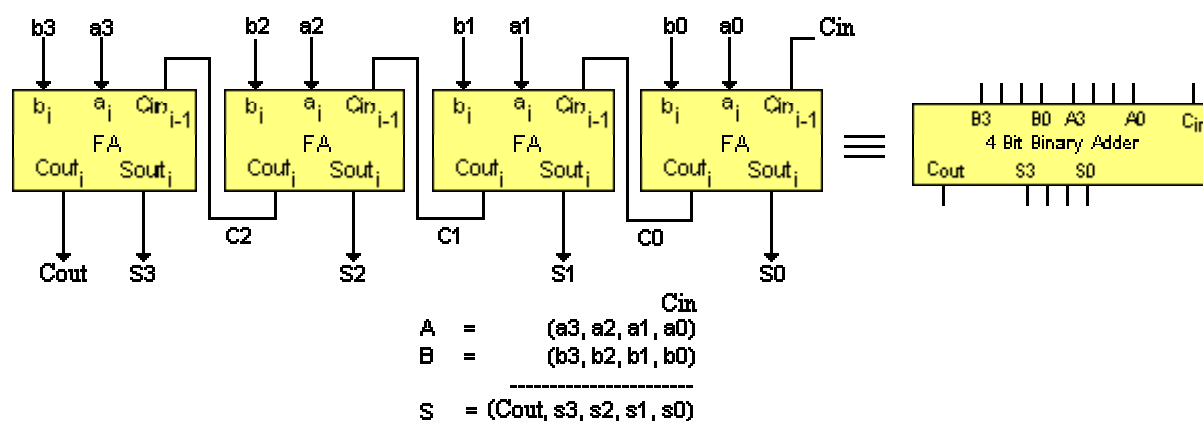
Mappa di Karnaugh

E		$X_1 X_0$			
		00	01	11	10
$P X_2$	00	0	1	0	1
	01	1	0	1	0
	11	0	1	0	1
	10	1	0	1	0

Tabella di verità'

P	X_2	X_1	X_0	E
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

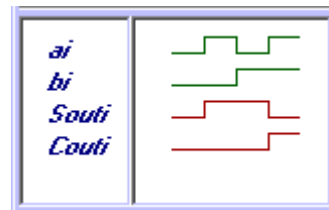
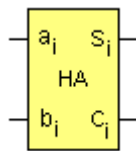
7. Full Adder: Ricavare la tabella di verità e le mappe di Karnaugh per una rete logica che effettua l'addizione ad un bit con riporto in ingresso ed in uscita.



Descrizione:

La somma tra numeri binari è effettuata da reti logiche denominate **half adder** e **full adder**. Tali reti operano su parole ad 1 bit. Interconnettendo tra loro più reti si ottengono circuiti logici in grado di operare con parole ad n bit.

Half adder (mezzo sommatore) ad un bit (effettua la somma tra due parole ad i bit)



Half Adder			
a_i	b_i	S_i	C_i
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

S_i		b_i	
		0	1
a_i	0	0	1
	1	1	0

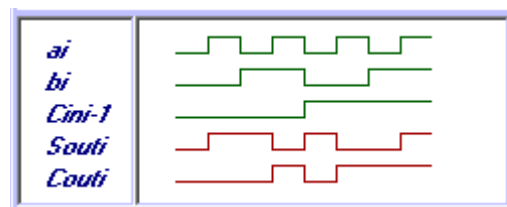
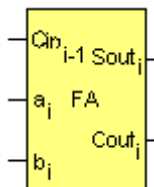
C_i		b_i	
		0	1
a_i	0	0	0
	1	0	1

Blocco funzionale e tabella di verità'

Diagramma dei tempi e mappe di Karnaugh

Full adder

(sommatore completo) ad un bit (effettua la somma tra due parole ad un bit, tiene conto del riporto precedente)



Full Adder				
a_i	b_i	Cin_{i-1}	$Sout_i$	$Cout_i$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

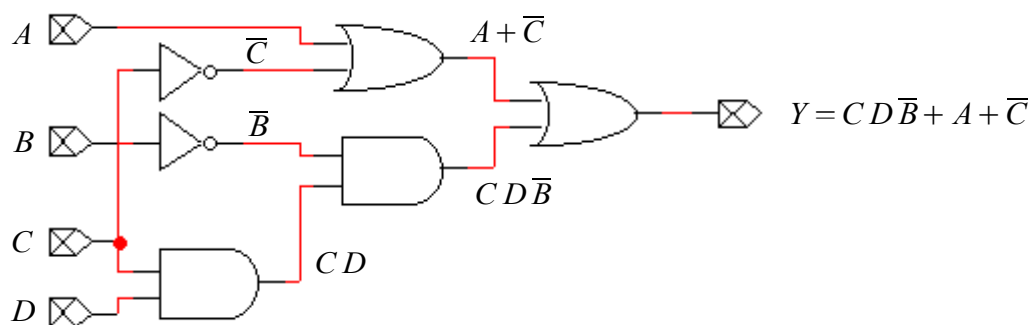
$Sout_i$		$b_i \text{ Cin}_{i-1}$			
		00	01	11	10
a_i	0	0	1	0	1
	1	1	0	1	0

$Cout_i$		$b_i \quad Cin_{i-1}$			
		00	01	11	10
a_i	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1

Blocco funzionale e tabella di verità'

Diagramma dei tempi e mappe di Karnaugh

8. Data la rete di figura ricavare la funzione logica in forma algebrica. Semplificare la funzione combinatoria.



$$Y = CD\bar{B} + A + \bar{C} \quad \text{--- T8, Assorbimento aggiungo } \bar{C}DB$$

$$Y = CD\bar{B} + A + \bar{C} + \bar{C}D\bar{B} \quad \text{--- T6, pr. Commutativa}$$

$$Y = A + \bar{C} + CD\bar{B} + \bar{C}D\bar{B} \quad \text{--- T10' pr. della combinazione}$$

$$Y = A + \bar{C} + D\bar{B}$$

Altro modo:

$$Y = CD\bar{B} + A + \bar{C} \quad \text{--- T6, pr. Commutativa}$$

$$Y = A + \bar{C} + CD\bar{B}$$

$$Y = A + \bar{C} + D\bar{B}$$

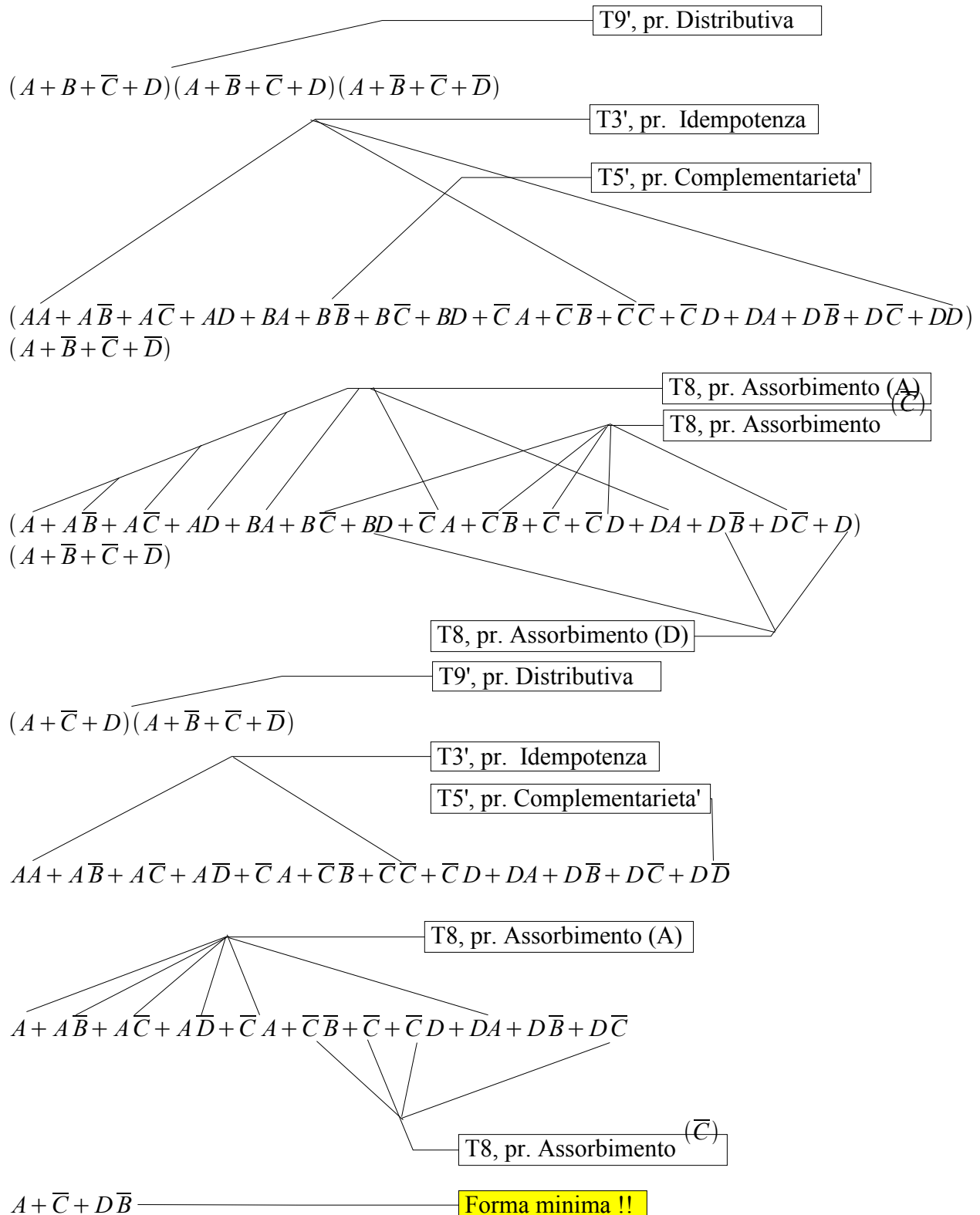
Assorbimento 2:

$$\text{T8''} \quad X + \bar{X}Y = X + Y$$

$$\text{T8'''} \quad X(\bar{X} + Y) = XY$$

D	C	B	A	$A + \bar{C} + D\bar{B}$
0	0	0	0	1 \bar{C}
0	0	0	1	1 A, \bar{C}
0	0	1	0	1 \bar{C}
0	0	1	1	1 A, \bar{C}
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1 A
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1 A
1	0	0	0	1 $\bar{C}, D\bar{B}$
1	0	0	1	1 $A, \bar{C}, D\bar{B}$
1	0	1	0	1 \bar{C}
1	0	1	1	1 A, \bar{C}
1	1	0	0	1 $D\bar{B}$
1	1	0	1	1 $A, D\bar{B}$
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1 A

9. Semplificare per manipolazione algebrica la seguente espressione booleana.



10. Verificare che le seguenti espressioni risultano duali:

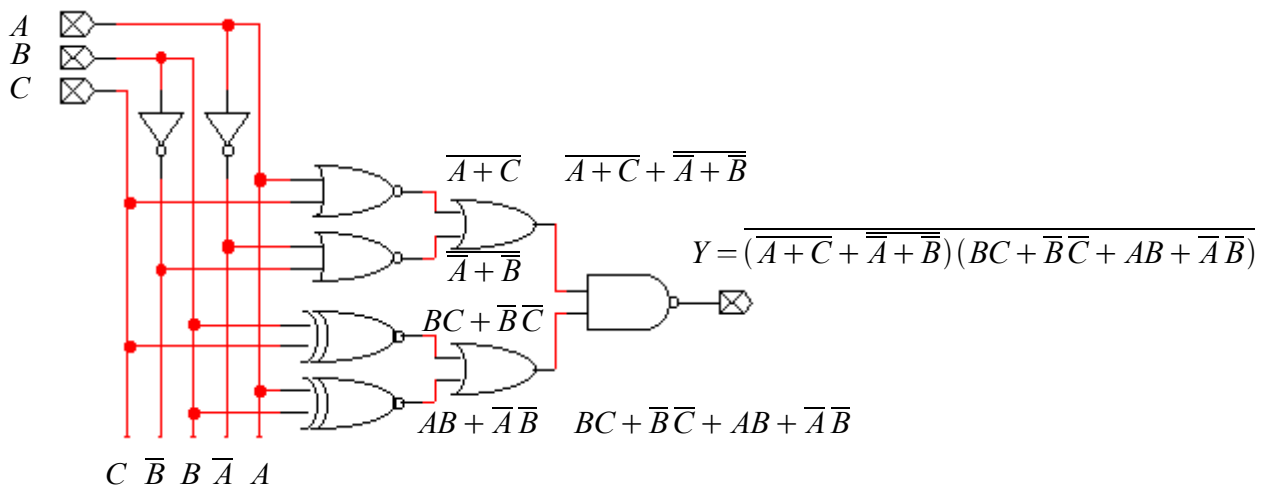
- a) NOR e NAND
b) EXOR e EXNOR

Principio di dualità

NOR e NAND $Y = \overline{A+B} \Rightarrow Y' = \overline{AB}$

EXOR e EXNOR $Y = A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B} \Rightarrow Y' = (\overline{A} + B)(A + \overline{B}) = \overline{A}A + \overline{A}\overline{B} + BA + B\overline{B}$
 $Y' = \overline{A}\overline{B} + AB = A \odot B$

11. Ricavare la funzione logica in forma algebrica e semplificare applicando i teoremi dell'algebra booleana.



$$Y = \overline{(\overline{A+C} + \overline{\overline{A+B}})(BC + \overline{B}\overline{C} + AB + \overline{A}\overline{B})}$$

$$Y = \overline{(\overline{A+C} + \overline{\overline{A+B}}) + (BC + \overline{B}\overline{C} + AB + \overline{A}\overline{B})}$$

$$Y = \overline{(\overline{A+C})(\overline{\overline{A+B}}) + (BC + \overline{B}\overline{C})(\overline{AB + \overline{A}\overline{B}})}$$

$$Y = (A+C)(\overline{A+B}) + (\overline{BC + \overline{B}\overline{C}})(\overline{AB + \overline{A}\overline{B}})$$

$$Y = (A+C)(\overline{A+B}) + \overline{BC}\overline{\overline{B}\overline{C}}\overline{AB}\overline{\overline{A}\overline{B}}$$

$$Y = (A+C)(\overline{A+B}) + (\overline{B+C})(\overline{\overline{B}+\overline{C}})(\overline{A+B})(\overline{\overline{A+B}})$$

$$Y = A\bar{A} + A\bar{B} + C\bar{A} + C\bar{B} + (\bar{B} + \bar{C})(\bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B})(\bar{A} + \bar{B})$$

$$Y = A\bar{B} + C\bar{A} + C\bar{B} + (\bar{B} + \bar{C})(B + C)(\bar{A} + \bar{B})(A + B)$$

$$Y = A\bar{B} + C\bar{A} + C\bar{B} + (\bar{B}B + \bar{B}C + \bar{C}B + C\bar{C})(\bar{A}A + \bar{A}B + \bar{B}A + \bar{B}B)$$

$$Y = A\bar{B} + C\bar{A} + C\bar{B} + (\bar{B}C + \bar{C}B)(\bar{A}B + \bar{B}A)$$

$$Y = A\bar{B} + C\bar{A} + C\bar{B} + \bar{B}C\bar{A}B + \bar{B}C\bar{B}A + \bar{C}B\bar{A}B + \bar{C}B\bar{B}A$$

$$Y = A\bar{B} + C\bar{A} + C\bar{B} + \bar{A}B\bar{B}C + A\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{B}\bar{C}$$

$$Y = A\bar{B} + C\bar{A} + C\bar{B} + A\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C}$$

$$Y = A\bar{B} + C\bar{A} + C\bar{B} + \bar{A}B\bar{C}$$

$$Y = A\bar{B} + \bar{A}(C + B\bar{C}) + C\bar{B}$$

$$Y = A\bar{B} + \bar{A}(C + B) + C\bar{B}$$

$$Y = A\bar{B} + \bar{A}C + \bar{A}B + C\bar{B}$$

$$Y = A\bar{B} + \bar{A}C + \bar{B}C + \bar{A}B$$

$$Y = A\bar{B} + \bar{A}C + \bar{A}B$$

$$Y = A\bar{B} + \bar{A}B + \bar{A}C$$

$$Y = A \oplus B + \bar{A}C$$

Assorbimento 2:

$$T8'' \quad X + \bar{X}Y = X + Y$$

$$T8''' \quad X(\bar{X} + Y) = XY$$

$$T11', \text{ consenso : } XY + \bar{X}Z + YX = XY + \bar{X}Z$$

Forma minima